

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(ФГБОУ ВО «ВВГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И АНАЛИЗА ДАННЫХ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля  
и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДУЛЬ 1**

Направление и направленность (профиль)  
09.03.02 Информационные системы и технологии.  
Информационные системы и технологии

Год набора на ОПОП  
2022

Форма обучения  
заочная

Владивосток 2026

## 1 Перечень формируемых компетенций

| Название ОПОП ВО, сокращенное                         | Код и формулировка компетенции                                                                                                                                                                      | Код и формулировка индикатора достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 09.03.02 «Информационные системы и технологии» (Б-ИС) | ОПК-1 : Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | ОПК-1.1в : Обладает математической культурой и системным мышлением, позволяющими в профессиональной деятельности использовать математические методы и инструменты для проведения критического анализа ситуаций, моделирования и прогнозирования развития процессов и явлений |

Компетенция считается сформированной на данном этапе в случае, если полученные результаты обучения по дисциплине оценены положительно (диапазон критериев оценивания результатов обучения «удовлетворительно», «хорошо», «отлично»). В случае отсутствия положительной оценки компетенция на данном этапе считается несформированной.

## 2 Показатели оценивания планируемых результатов обучения

**Компетенция ОПК-1 «Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности»**

Таблица 2.1 – Критерии оценки индикаторов достижения компетенции

| Код и формулировка индикатора достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                         | Результаты обучения по дисциплине |                |                                                                                                            | Критерии оценивания результатов обучения                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                              | Код результата                    | Тип результата | Результат                                                                                                  |                                                                                                    |
| ОПК-1.1в : Обладает математической культурой и системным мышлением, позволяющими в профессиональной деятельности использовать математические методы и инструменты для проведения критического анализа ситуаций, моделирования и прогнозирования развития процессов и явлений | РД1                               | Знание         | основных понятий, методов математического анализа и их применение в профессиональной деятельности          | - правильность ответа по содержанию задания; - полнота и глубина ответа                            |
|                                                                                                                                                                                                                                                                              | РД2                               | Умение         | применять методы математического анализа при решении задач                                                 | умение решать стандартные задачи курса, основные типы которых разбираются на практических занятиях |
|                                                                                                                                                                                                                                                                              | РД3                               | Навык          | использования основных понятий, формул и методов математического анализа при самостоятельном решении задач | владеет навыками выбора формул, методов и правильного подхода к решению задачи                     |

Таблица заполняется в соответствии с разделом 1 Рабочей программы дисциплины (модуля).

## 3 Перечень оценочных средств

Таблица 3 – Перечень оценочных средств по дисциплине (модулю)

| Контролируемые планируемые результаты обучения |                                                                                                            | Контролируемые темы дисциплины          | Наименование оценочного средства и представление его в ФОС |                          |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------|
|                                                |                                                                                                            |                                         | Текущий контроль                                           | Промежуточная аттестация |
| РД1                                            | Знание : основных понятий, методов математического анализа и их применение в профессиональной деятельности | 1.1. Предел функции                     | Теоретический опрос                                        | Тест                     |
|                                                |                                                                                                            | 1.2. Сравнение бесконечно малых функций | Теоретический опрос                                        | Тест                     |

|     |                                                                                                                    |                                                                                                  |                     |      |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|------|
|     |                                                                                                                    | 1.3. Непрерывность функции                                                                       | Теоретический опрос | Тест |
|     |                                                                                                                    | 1.4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной                                        | Теоретический опрос | Тест |
|     |                                                                                                                    | 1.5. Применение дифференциального исчисления к исследованию функции и построения графика функции | Теоретический опрос | Тест |
|     |                                                                                                                    | 1.6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных                                   | Теоретический опрос | Тест |
| РД2 | Умение : применять методы математического анализа при решении задач                                                | 1.1. Предел функции                                                                              | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    |                                                                                                  | Тест                |      |
|     |                                                                                                                    | 1.2. Сравнение бесконечно малых функций                                                          | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    |                                                                                                  | Тест                |      |
|     |                                                                                                                    | 1.3. Непрерывность функции                                                                       | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    |                                                                                                  | Тест                |      |
|     |                                                                                                                    | 1.4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной                                        | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    |                                                                                                  | Тест                |      |
|     |                                                                                                                    | 1.5. Применение дифференциального исчисления к исследованию функции и построения графика функции | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    |                                                                                                  | Тест                |      |
|     |                                                                                                                    | 1.6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных                                   | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    |                                                                                                  | Тест                |      |
| РД3 | Навык : использования основных понятий, формул и методов математического анализа при самостоятельном решении задач | 1.1. Предел функции                                                                              | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    | 1.2. Сравнение бесконечно малых функций                                                          | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    | 1.3. Непрерывность функции                                                                       | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    | 1.4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной                                        | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    | 1.5. Применение дифференциального исчисления к исследованию функции и построения графика функции | Контрольная работа  | Тест |
|     |                                                                                                                    | 1.6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных                                   | Контрольная работа  | Тест |

#### 4 Описание процедуры оценивания

Качество сформированности компетенций на данном этапе оценивается по результатам текущих и промежуточных аттестаций при помощи количественной оценки, выраженной в баллах. Максимальная сумма баллов по дисциплине (модулю) равна 100 баллам.

| Вид учебной деятельности | Оценочное средство  |                    |            |                |                   |               |       |
|--------------------------|---------------------|--------------------|------------|----------------|-------------------|---------------|-------|
|                          | Теоретический опрос | Контрольные работы | Тесты №1-3 | Работа у доски | Посещение занятий | Итоговый тест | Итого |
| Лекции                   | 15                  |                    |            |                | 5                 |               | 20    |
| Практические занятия     |                     | 20                 |            | 10             | 5                 |               | 35    |
| Самостоятельная работа   |                     | 10                 |            |                |                   |               | 10    |
| ЭОС                      |                     |                    | 15         |                |                   |               | 15    |
| Промежуточная аттестация |                     |                    |            |                |                   | 20            | 20    |
| Итого                    | 15                  | 30                 | 15         | 10             | 10                | 20            | 100   |

Сумма баллов, набранных студентом по всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины, переводится в оценку в соответствии с таблицей.

| Сумма баллов по дисциплине | Оценка по промежуточной аттестации | Характеристика качества сформированности компетенции                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| от 91 до 100               | «отлично»                          | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций, обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, умеет свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности. |
| от 76 до 90                | «хорошо»                           | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.                                                                                                                                                                         |
| от 61 до 75                | «удовлетворительно»                | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков по некоторым дисциплинарным компетенциям, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.                                                                         |
| от 41 до 60                | «неудовлетворительно»              | У студента не сформированы дисциплинарные компетенции, проявляется недостаточность знаний, умений, навыков.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| от 0 до 40                 | «неудовлетворительно»              | Дисциплинарные компетенции не сформированы. Проявляется полное или практически полное отсутствие знаний, умений, навыков.                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

#### 5 Примерные оценочные средства

##### 5.1 Примерный перечень вопросов по темам

Вопросы по темам

##### К темам 1-2:

1. Что называется окрестностью точки?
2. Что называется  $\varepsilon$  - окрестностью точки?
3. Какие множества называются ограниченными сверху, снизу?
4. Какие множества называются ограниченными?
5. Что называется функцией?
6. Что называется областью определения функции?
7. Каковы способы задания функции?
8. Что называется графиком функции?
9. Дать определение предела функции при  $x \rightarrow +\infty$ .

10. Дать определение предела функции при  $x \rightarrow -\infty$ .
11. Дать определение предела функции при  $x \rightarrow a-0$ .
12. Дать определение предела функции при  $x \rightarrow a+0$ .
13. Дать определение предела функции при  $x \rightarrow a$ .
14. Какие функции называются ограниченными при  $x \rightarrow a$ ?
15. Какие функции называются ограниченными в некоторой области  $D$ ?
16. Какие функции называются бесконечно малыми?
17. Какие функции называются бесконечно большими?
18. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями.
19. Перечислить свойства пределов.
20. Сформулировать первый замечательный предел.
21. Сформулировать второй замечательный предел.
22. Дайте определение бесконечно малых функций одного и того же порядка.
23. Дайте определение эквивалентных бесконечно малых функций.
24. Дайте определение бесконечно малой функции более высокого, более низкого порядков.

### **К теме 3:**

1. Дать определение непрерывности функции в точке.
2. Какая точка называется точкой разрыва 1-го рода?
3. Какая точка называется точкой разрыва 2-го рода?
4. Какая точка называется точкой устранимого разрыва?
5. Что называется скачком графика функции?
6. Какая функция называется непрерывной на отрезке?
7. Что называется приращением аргумента?
8. Что называется приращением функции?
9. Сформулировать второе определение непрерывности функции.

### **К теме 4:**

1. Как называется операция нахождения производной?
2. Что называется производной функции в точке?
3. Каков геометрический смысл производной функции в точке?
4. Чему равна производная суммы двух функций?
5. Чему равна производная частного двух функций?
6. Чему равна производная произведения двух функций?
7. Сформулировать теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции.
8. Какая функция называется степенно- показательной?
9. Какая функция называется заданной неявно?
10. Дать определение дифференциала функции.
11. В чем заключается геометрический смысл дифференциала функции?
12. Сформулировать теорему о связи между существованием дифференциала и существованием производной.
13. Правило Лопиталя.

### **К теме 5:**

1. Какая функция называется возрастающей на интервале?
2. Какая функция называется убывающей на интервале?
3. Какая точка называется точкой максимума?
4. Какая точка называется точкой минимума?
5. Что такое точки экстремума функции?
6. Сформулировать необходимое условие возрастания функции на интервале.
7. Сформулировать достаточное условие возрастания функции на интервале.
8. Сформулировать необходимое условие убывания функции на интервале.
9. Сформулировать достаточное условие убывания функции на интервале.

10. Сформулировать необходимое условие существования экстремума функции в точке.
11. Сформулировать достаточное условие существования экстремума функции в точке.
12. Сформулировать достаточное условие существования экстремума функции, основанный на знаке второй производной.
13. Какая функция называется выпуклой на интервале?
14. Какая функция называется вогнутой на интервале?
15. Какие точки называются точками перегиба графика функции?
16. Сформулировать достаточное условие существования перегиба графика функции в точке.
17. Сформулировать достаточное условие выпуклости или вогнутости графика функции.
18. Что называется асимптотами графика функции?

#### **К темам 6-7:**

1. Что называется функцией двух переменных?
2. Что называется областью определения функции двух переменных?
3. Каковы способы задания функции двух переменных?
4. Что является графиком функции двух переменных?
5. Что называется окрестностью точки функции двух переменных?
6. Дать определение частного приращения функции двух переменных.
7. Что называется частными производными функции двух переменных?
8. Полный дифференциал функции двух переменных.
9. Какая точка называется точкой максимума?
10. Какая точка называется точкой минимума?
11. Сформулировать необходимые условия существования экстремума функции двух переменных.
12. Сформулировать достаточные условия существования экстремума функции двух переменных.
13. Алгоритм их нахождения наибольшего и наименьшего значений функции в замкнутой области.
14. Что такое скалярное поле?
15. С помощью чего изображается скалярное поле?
16. Что такое градиент функции двух переменных?
17. Что показывает градиент функции?
18. Дать определение производной функции по направлению вектора.
19. Что показывает производная функции по направлению вектора?

#### *Краткие методические указания*

Теоретический опрос проводится после изучения соответствующей темы или перед каждым практическим занятием

#### *Шкала оценки*

| Оценка | Баллы | Описание                                                                                                                                                                                               |
|--------|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5      | 23-25 | Ставится, если студент полностью освоил материал                                                                                                                                                       |
| 4      | 19-22 | Ставится, если студент допускает 1-2 ошибки                                                                                                                                                            |
| 3      | 13-18 | Ставится, если студент излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил, излагает материал непоследовательно и допускает ошибки                          |
| 2      | 0-12  | Ставится, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее вопросы, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал |

## 5.2 Примеры заданий для выполнения контрольной работы

### Контрольная работа для заочной формы обучения

1. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x}{2x^3 + x - 1}$

б)  $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{2x^2 - 21x - 11}{x - 11}$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \cdot \sin x}$

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x - 4}{3x + 5} \right)^{\frac{x+2}{5}}$ .

2. Исследовать функции на непрерывность и сделать схематический чертёж

а)  $y = \begin{cases} -(x-1) & \text{при } x \leq 1, \\ (x-1)^2 & \text{при } 1 < x \leq 3, \\ x & \text{при } x > 3; \end{cases}$

б)  $y = 4^{\frac{1}{6+x}}$  в точках  $x = -4, x = -6$ .

3. Исследовать функции и построить их графики:

а)  $y = \frac{x^3 - 27x + 54}{x^3}$ ;

б)  $y = \ln \frac{x+6}{x} - 1$ .

4. Дана функция  $z = e^{x/y}$ .

Проверить, удовлетворяет или нет эта функция уравнению

$$\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} + y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

5. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в замкнутой области D:

$$z = x^2 + y^2 - xy - x - y; \quad D: \quad x \geq 0; \quad y \geq 0; \quad x + y \leq 3.$$

6. Исследовать функцию на экстремум

$$z = 4 - x^2 + xy - 3y^2 + 8x + 7y - 20.$$

7. Даны: функция  $z = \arccos \frac{y^2}{x}$ , точка  $A(1;2)$  и вектор  $\vec{a} = 12\vec{i} - 5\vec{j}$ .

Найти 1)  $\overrightarrow{\text{grad}} z$  в точке A;

2) производную в точке A по направлению вектора  $\vec{a}$ .

*Краткие методические указания*

При выполнении необходимо соблюдать следующие правила:

1) студент должен выполнять задания по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой его учебного шифра;

2) на обложке тетради должны быть отчетливо написаны фамилия студента, его инициалы, шифр;

3) решения задач надо располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач. Перед решением каждой задачи необходимо полностью выписать ее условие;

4) решения задач следует излагать подробно и записывать аккуратно, объясняя все действия и делая необходимые чертежи.

### Шкала оценки

| Оценка     | Баллы | Описание                                                                                                                                       |
|------------|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| зачтено    | 30    | Задания выполнены полностью и правильно, работа оформлена согласно требованиям.                                                                |
| зачтено    | 23-29 | Задания выполнены полностью и правильно, работа оформлена согласно требованиям, решения содержат некоторые неточности и несущественные ошибки. |
| не зачтено | 17-22 | Задания выполнены частично, с существенными ошибками, работа оформлена не по требованиям.                                                      |
| не зачтено | 0-17  | Задания не выполнены или выполнены неправильно.                                                                                                |

### 5.3 Примеры тестовых заданий

#### Итоговый тест по дисциплине

1. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^2 - 4}$  равен

- 1) 0
- 2)  $\infty$
- 3) 2
- 4) 0,5

2. Предел  $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 - 5x + 1}{x - 1/3}$  равен .....

3. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x \operatorname{tg} x}$  равен

- 1) 0,6
- 2) 0
- 3)  $\infty$
- 4)  $\frac{5}{3}$

4. Предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$  равен

- 1) -24
- 2) 0
- 3) 24
- 4)  $\infty$

5. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{x+1}{x}}$  равен...

6. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 2}\right)^{x^2}$  равен

- 1)  $e^4$
- 2) 0
- 3)  $\frac{1}{e}$
- 4)  $e^{-3}$

7. Функция  $y = \frac{x-1}{x^2-4}$

- 1) имеет точку разрыва при  $x = 2$
- 2) имеет точку разрыва при  $x = -2$
- 3) имеет точку разрыва при  $x = 4$
- 4) имеет точку разрыва при  $x = -4$



8. Угловой коэффициент касательной к кривой  $y = 2\sqrt{x-8}$  в точке с абсциссой  $x = 9$  равен ....

9. Производная функции  $y = 5^{x^2}$  равна

1)  $2x \cdot 5^{x^2} \ln 2$

2)  $5^{x^2} \ln 5$

3)  $2x \cdot 5^{x^2} \ln 5$

4)  $x^2 \cdot 5^{x^2-1}$

10. Производная второго порядка функции  $y = xe^x$  равна

1)  $xe^x$

2)  $(1+x)e^x$

3)  $(2+x)e^x$

4)  $(3+x)e^x$

11. Производная  $y'_x$  параметрической функции  $x = 5\cos^2 t$ ,  $y = 3\sin^2 t$  равна

1)  $\frac{3}{5}$

2)  $-\frac{3}{5}$

3)  $\frac{5}{3}$

4)  $-\frac{5}{3}$

12. Производная  $y'$  неявной функции  $\sin y = 7x + 3y$  равна

1)  $\frac{7}{\cos y - 3}$

2)  $\frac{7}{\cos y + 3}$

3)  $-\frac{7}{\cos y - 3}$

4)  $-\frac{7}{\cos y + 3}$

13. Для функции  $y = \frac{4x - x^2 - 4}{x}$

1)  $x = 0$  является вертикальной асимптотой

2)  $y = -x + 4$  является наклонной асимптотой

3)  $y = 0$  является горизонтальной асимптотой

4) не существует асимптот

14. Квадрат модуля градиента функции  $u = x + y^2z + 3z^2$  в точке  $B(4, -1, 1)$  равен ....

15. Частная производная  $u'_y = x^2$  соответствует функции

1)  $u = xz^2 + xy^2$

2)  $u = x^2y + 4z - 1$

$$3) u = 4x - xy + y^2 - z$$

$$4) u = x^2 z - y - z$$

### Краткие методические указания

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

### Шкала оценки

| Оценка | Баллы | Описание                                                                                                            |
|--------|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5      | 19-20 | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно.                                                                  |
| 4      | 16-18 | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки.          |
| 3      | 11-15 | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны.       |
| 2      | 1-10  | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

## 5.4 Примеры тестовых заданий

### Тест 1

1. Предел  $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{2z^3 + 3z - 1}{3z^3 + z^2}$  равен

1)  $\frac{3}{2}$

2)  $\infty$

3) 2

4)  $\frac{2}{3}$

2. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x + 5}{x^4 + 5x^2 - 1}$  равен ....

3. Предел  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x + 4}$  равен ....

4. Предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x-3}$  равен

1) 0,5

2) 0

3) 1

4) -1

5. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^3}$  равен

1) 1

2) -2

3)  $\infty$

4) 0

6. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 3x}$  равен

1) 0

2)  $\frac{5}{3}$

3)1

4)  $\frac{25}{9}$

7. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin x \operatorname{ctg} 4x}$  равен ...

8. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+5} \right)^{\frac{x+2}{5}}$  равен

1)  $\infty$

2)  $e^2$

3)  $e^{-3}$

4)  $e^{-0,6}$

9. Предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x+5}{2x-2} \right)^{x+2}$  равен ...

10. Функция  $y = x + \frac{\ln x}{x}$

1) имеет точку разрыва при  $x = 0$

2) имеет точку разрыва при  $x = 1$

3) имеет точку разрыва при  $x = -1$

4) является непрерывной

11. Функция  $y = x - \ln(1+x^2)$

1) имеет точку разрыва при  $x = 0$

2) имеет точку разрыва при  $x = 1$

3) имеет точку разрыва при  $x = -1$

4) является непрерывной

### Краткие методические указания

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

### Шкала оценки

| Оценка | Баллы | Описание                                                                                                            |
|--------|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5      | 3     | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно.                                                                  |
| 4      | 2     | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки.          |
| 3      | 1     | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны.       |
| 2      | 0     | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

## 5.5 Примеры тестовых заданий

### Тест 2

1. Угловой коэффициент касательной к кривой  $y = x^3 - 2x^2 + 4x - 7$  в точке с абсциссой  $x = 2$  равен ....

2. Производная функции  $y = \arcsin 4\sqrt{x}$  равна

1)  $\frac{1}{2\sqrt{x(1-16x)}}$

$$2) \frac{2}{\sqrt{x(1-16x)}}$$

$$3) \frac{2}{\sqrt{x(1-4x)}}$$

$$4) \frac{1}{\sqrt{1-16x^2}}$$

3. Производная функции  $y = \sin^4 3x$  равна

$$1) 12 \sin^3 3x \cos 3x$$

$$2) 4 \sin^3 3x \cos 3x$$

$$3) 3 \sin^3 3x \cos 3x$$

$$4) 24 \sin^3 3x \cos 3x$$

4. Производная второго порядка функции  $y = \sqrt{x}$  равна

$$1) 2\sqrt{x}$$

$$2) -\frac{1}{4\sqrt{x^3}}$$

$$3) -\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$4) -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

5. Производная третьего порядка функции  $y = \sin 2x$  равна

$$1) -2 \cos 2x$$

$$2) -4 \cos 2x$$

$$3) -8 \cos 2x$$

$$4) -16 \cos 2x$$

6. Производная  $y'_x$  параметрической функции  $x = \operatorname{arccctgt}$ ,  $y = \ln(1+t^2)$  равна

$$1) \frac{1}{1+t^2}$$

$$2) \frac{t}{1+t^2}$$

$$3) -2t$$

$$4) 2t$$

7. Производная  $y'$  неявной функции  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{7}$  равна

$$1) -\sqrt{\frac{y}{x}}$$

$$2) \sqrt{\frac{y}{x}}$$

$$3) - \sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$4) \sqrt{\frac{x}{y}}$$

8. Для функции  $y = \frac{x}{9 - x^2}$

- 1)  $x = 3$  является вертикальной асимптотой
- 2)  $y = x - 1$  является наклонной асимптотой
- 3)  $y = 0$  является горизонтальной асимптотой
- 4)  $x = -3$  является вертикальной асимптотой

9. Количество критических точек функции  $y = x^3 + 5x^2 + 7x - 1$  равно ....

10. Функция  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$  возрастает на

- 1)  $(-\infty; 0)$
- 2)  $(0; 2)$
- 3)  $(1; 2)$
- 4)  $(2; +\infty)$

#### Краткие методические указания

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

#### Шкала оценки

| Оценка | Баллы | Описание                                                                                                            |
|--------|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5      | 3     | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно.                                                                  |
| 4      | 2     | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки.          |
| 3      | 1     | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны.       |
| 2      | 0     | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

### 5.6 Примеры тестовых заданий

#### Тест 3

1. Квадрат модуля градиента функции  $u = xz - y - z$  в точке  $C(5, -3, 1)$  равен ....
2. Число критических точек функции  $z = 2x^3 - x^2 + 3y^2 - y$  равно ....
3. Частная производная  $u'_z = x - 1$  соответствует функции
  - 1)  $u = xz^2 + xy^2$
  - 2)  $u = x^2y + 4z - 1$
  - 3)  $u = 4x - xy + y^2 - z$
  - 4)  $u = xz - y - z$
4. Функция  $z = x^2 - xy^2 + y$  в точке  $M(1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{a} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$

- 1) возрастает
- 2) убывает
- 3) не определена
- 4) стационарна.

5. Частная производная  $z'_x$  функции двух переменных  $z = -3x^3y + y^2 + 2$  равна

- 1)  $-9x^2y$
- 2)  $-9x^2y + 2y$
- 3)  $-9x^2y - 3x^3 + 2y$
- 4)  $-9x^2y + 2$

6. Полный дифференциал функции двух переменных  $z = 5x - 3y^2$  имеет вид:

- 1)  $dz = 5dx$
- 2)  $dz = -6ydy$
- 3)  $dz = 5dx + 6ydy$
- 4)  $dz = 5dx - 6ydy$

7. Градиент функции  $z = 2x^2 + 3y$  в точке  $M(2, -4)$  равен

- 1)  $\overline{\text{grad } z} = (2; -4)$
- 2)  $\overline{\text{grad } z} = (8; 3)$
- 3)  $\overline{\text{grad } z} = (8; -12)$
- 4)  $\overline{\text{grad } z} = (4; 3)$

8. Частная производная второго порядка  $z''_{yy}$  функции двух переменных

$z = 3x^2y + 4y^3$  равна

- 1)  $6xy$
- 2)  $24y$
- 3)  $6xy + 3x^2 + 24y$
- 4)  $3x^2 + 24y$

9. Смешанная производная  $z''_{xy}$  функции  $z = 2x^2 - 4xy + y^3 - 2$  равна ...

10. Для функции  $z = 2xy + y^2$  справедливы соотношения

- 1)  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y}$
- 2)  $\frac{\partial z}{\partial y} - 2y = 2x$
- 3)  $\frac{\partial z}{\partial x} - 2y = 0$
- 4)  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

*Краткие методические указания*

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

*Шкала оценки*

| Оценка | Баллы | Описание                                                                                                            |
|--------|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5      | 3     | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно.                                                                  |
| 4      | 2     | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки.          |
| 3      | 1     | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны.       |
| 2      | 0     | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля)  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДУЛЬ 1**

Направление и направленность (профиль)  
09.03.02 Информационные системы и технологии. Информационные системы и  
технологии

Год набора на ОПОП  
2023

Форма обучения  
заочная

Владивосток 2026



Рабочая программа дисциплины (модуля) «Математический анализ модуль 1» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии (утв. приказом Минобрнауки России от 19.09.2017г. №926) и Порядком организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утв. приказом Минобрнауки России от 06.04.2021 г. N245).

Составитель(и):

*Голодная Н.Ю.*

Утверждена на заседании кафедры математики и моделирования от 14.05.2026 ,  
протокол № 8

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой (разработчика)

Галимзянова К.Н.

| ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ |                  |
|-------------------------------------------|------------------|
| Сертификат                                | 1599657997       |
| Номер транзакции                          | 0000000000FA8AB6 |
| Владелец                                  | Галимзянова К.Н. |

## 1 Цель, планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

Целями освоения дисциплины «Математический анализ модуль 1» являются изучение основных математических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов расчёта, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

Задачи освоения дисциплины: развитие алгоритмического и логического мышления студентов, овладение методами исследования и решения математических задач, выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных инженерных задач.

Планируемыми результатами обучения по дисциплине (модулю), являются знания, умения, навыки. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлен в таблице 1.

Таблица 1 – Компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины (модуля)

| Название ОПОП<br>ВО, сокращенное                                  | Код и<br>формулировка<br>компетенции                                                                                                                                                                                                         | Код и<br>формулировка<br>индикатора<br>достижения<br>компетенции                                                                                                                                                                                                                                                                         | Результаты обучения по дисциплине |                         |                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Код<br>результата                 | Формулировка результата |                                                                                                                              |
| 09.03.02<br>«Информационные<br>системы и<br>технологии»<br>(Б-ИС) | ОПК-1 : Способен<br>применять<br>естественнонаучные<br>и общетехнические<br>знания, методы<br>математического<br>анализа и<br>моделирования,<br>теоретического и<br>экспериментального<br>исследования в<br>профессиональной<br>деятельности | ОПК-1.1в :<br>Обладает<br>математической<br>культурой и<br>системным<br>мышлением,<br>позволяющими в<br>профессиональной<br>деятельности<br>использовать<br>математические<br>методы и<br>инструменты для<br>проведения<br>критического<br>анализа ситуаций,<br>моделирования и<br>прогнозирования<br>развития<br>процессов и<br>явлений | РД1                               | Знание                  | основных понятий,<br>методов<br>математического<br>анализа и их<br>применение в<br>профессиональной<br>деятельности          |
|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | РД2                               | Умение                  | применять методы<br>математического<br>анализа при<br>решении задач                                                          |
|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | РД3                               | Навык                   | использования<br>основных понятий,<br>формул и методов<br>математического<br>анализа при<br>самостоятельном<br>решении задач |

В процессе освоения дисциплины решаются задачи воспитания гармонично развитой, патриотичной и социально ответственной личности на основе традиционных российских духовно-нравственных и культурно-исторических ценностей, представленные в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Целевые ориентиры воспитания

| Воспитательные задачи                                 | Формирование ценностей          | Целевые ориентиры       |
|-------------------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------|
| <b>Формирование гражданской позиции и патриотизма</b> |                                 |                         |
| Формирование чувства гордости за<br>достижения России | Патриотизм<br>Гражданственность | Трудолюбие<br>Лидерство |

| Формирование духовно-нравственных ценностей                           |                                               |                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| Воспитание нравственности, милосердия и сострадания                   | Взаимопомощь и взаимоуважение                 | Умение работать в команде и взаимопомощь<br>Коммуникабельность        |
| Формирование научного мировоззрения и культуры мышления               |                                               |                                                                       |
| Развитие творческих способностей и умения решать нестандартные задачи | Взаимопомощь и взаимоуважение                 | Осознание ценности профессии<br>Гибкость мышления<br>Любознательность |
| Формирование коммуникативных навыков и культуры общения               |                                               |                                                                       |
| Воспитание культуры диалога и уважения к мнению других людей          | Коллективизм<br>Взаимопомощь и взаимоуважение | Доброжелательность и открытость<br>Коммуникабельность                 |

## 2 Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина «Математический анализ модуль 1» относится к обязательной части «Блока 1 Дисциплины (модули)» учебного плана направления 09.03.02 Информационные системы и технологии.

## 3. Объем дисциплины (модуля)

Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу с обучающимися (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу, приведен в таблице 2.

Таблица 2 – Общая трудоемкость дисциплины

| Название ОПОП<br>ВО                                   | Форма<br>обуче-<br>ния | Часть<br>УП | Семестр<br>(ОФО)<br>или<br>курс<br>(ЗФО,<br>ОЗФО) | Трудо-<br>емкость | Объем контактной работы (час) |            |       |      |                    |     | СРС | Форма<br>аттес-<br>тации |
|-------------------------------------------------------|------------------------|-------------|---------------------------------------------------|-------------------|-------------------------------|------------|-------|------|--------------------|-----|-----|--------------------------|
|                                                       |                        |             |                                                   | (З.Е.)            | Всего                         | Аудиторная |       |      | Внеауди-<br>торная |     |     |                          |
|                                                       |                        |             |                                                   |                   |                               | лек.       | прак. | лаб. | ПА                 | КСР |     |                          |
| 09.03.02<br>Информационные<br>системы и<br>технологии | ЗФО                    | Б1.Б        | 2                                                 | 4                 | 17                            | 8          | 8     | 0    | 1                  | 0   | 127 | ДЗ                       |

## 4 Структура и содержание дисциплины (модуля)

### 4.1 Структура дисциплины (модуля) для ЗФО

Тематический план, отражающий содержание дисциплины (перечень разделов и тем), структурированное по видам учебных занятий с указанием их объемов в соответствии с учебным планом, приведен в таблице 3.1

Таблица 3.1 – Разделы дисциплины (модуля), виды учебной деятельности и формы текущего контроля для ЗФО

| № | Название темы | Кол-во часов, отведенное на | Форма |
|---|---------------|-----------------------------|-------|
|---|---------------|-----------------------------|-------|

|                         |                                                                                                         | Код ре-<br>зультата<br>обучения | Лек      | Практ    | Лаб      | СРС        | текущего контроля                                     |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|----------|----------|----------|------------|-------------------------------------------------------|
| 1                       | Предел функции                                                                                          | РД1,<br>РД2, РД3                | 4        | 4        | 0        | 23         | теоретический опрос,<br>контрольная работа,<br>тест 1 |
| 2                       | Сравнение бесконечно<br>малых функций                                                                   | РД1,<br>РД2, РД3                | 2        | 2        | 0        | 10         | теоретический опрос,<br>контрольная работа,<br>тест 1 |
| 3                       | Непрерывность функции                                                                                   | РД1,<br>РД2, РД3                | 2        | 2        | 0        | 23         | теоретический опрос,<br>контрольная работа,<br>тест 1 |
| 4                       | Дифференциальное<br>исчисление функций одной<br>переменной                                              | РД1,<br>РД2, РД3                | 0        | 0        | 0        | 23         | теоретический опрос,<br>контрольная работа,<br>тест 2 |
| 5                       | Применение<br>дифференциального<br>исчисления к исследованию<br>функции и построения<br>графика функции | РД1,<br>РД2, РД3                | 0        | 0        | 0        | 24         | теоретический опрос,<br>контрольная работа,<br>тест 2 |
| 6                       | Дифференциальное<br>исчисление функций<br>нескольких переменных                                         | РД1,<br>РД2, РД3                | 0        | 0        | 0        | 24         | теоретический опрос,<br>контрольная работа,<br>тест 3 |
| <b>Итого по таблице</b> |                                                                                                         |                                 | <b>8</b> | <b>8</b> | <b>0</b> | <b>127</b> |                                                       |

## 4.2 Содержание разделов и тем дисциплины (модуля) для ЗФО

### *Тема 1 Предел функции.*

Содержание темы: Определение предела функции. Геометрический смысл предела функции. Свойства предела функции: предел константы, пределы суммы, разности, произведения, частного двух функций. Односторонние пределы. Определение бесконечно малой, ограниченной, бесконечно большой функций. Свойства бесконечно малых и ограниченных функций. Сумма бесконечно малых функций. Произведение бесконечно малой и ограниченной функций. Произведение бесконечно малой функции и, функции, имеющей конечный предел. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями. Теорема о зажатой переменной. Первый и второй замечательные пределы. Определения и свойства гиперболических функций. Вычисление пределов функций. Вычисление односторонних пределов. Раскрытие различных видов неопределенностей.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, «Метод кооперативного обучения».

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практическому занятию, выполнение контрольной работы, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

### *Тема 2 Сравнение бесконечно малых функций.*

Содержание темы: Бесконечно малые функции одного и того же порядка. Эквивалентные бесконечно малые функции. Бесконечно малая функция более высокого и более низкого порядков, чем другая бесконечно малая функция. Несравнимые бесконечно малые функции. Теоремы об эквивалентных бесконечно малых функциях. Применение свойств эквивалентных бесконечно малых функций к вычислению пределов.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, «Метод кооперативного обучения».

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практическому занятию, выполнение контрольной работы, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

### *Тема 3 Непрерывность функции.*

Содержание темы: Определение функции, непрерывной в точке. Свойства функций, непрерывных в одной и той же точке. Сумма, разность, произведение и частное двух непрерывных в одной и той же точке функций. Непрерывность сложной функции. Классификация точек разрыва. Точка разрыва первого рода. Точка устранимого разрыва. Скачок функции в точке разрыва первого рода. Доопределение функции до непрерывности в точке устранимого разрыва. Точка разрыва второго рода. Определение функции, непрерывной на отрезке. Исследование элементарных и не элементарных функций на непрерывность, установление характера разрыва. Геометрическая иллюстрация.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, «Метод кооперативного обучения».

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практическому занятию, выполнение контрольной работы, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

#### *Тема 4 Дифференциальное исчисление функций одной переменной.*

Содержание темы: Определение производной функции. Геометрический смысл производной функции. Угловой коэффициент касательной к графику функции. Физический смысл производной функции. Скорость тела при неравномерном движении. Производная константы. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Связь непрерывности и дифференцируемости функции. Определение дифференциала функции. Свойства дифференциала функции. Инвариантность дифференциала функции. Производные высших порядков. Физический смысл производной второго порядка. Дифференциалы высших порядков. Теорема о связи существования производной и дифференциала функции в точке. Производная функции, заданной неявно. Производные высших порядков функции, заданной неявно. Логарифмическое дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Производные высших порядков функции, заданной параметрически. Применение правила Лопиталя к раскрытию основных неопределённостей.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: самостоятельное изучение темы.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, выполнение контрольной работы, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

#### *Тема 5 Применение дифференциального исчисления к исследованию функции и построения графика функции.*

Содержание темы: Определение возрастающей (убывающей) на интервале функции. Интервалы монотонности функции. Необходимое условие монотонности функции. Достаточное условие монотонности функции. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Два достаточных условия экстремума. Точки перегиба. Выпуклость и вогнутость графика функции на интервале. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба. Достаточное условие выпуклости и вогнутости графика функции. Асимптоты графика функции: вертикальные и не вертикальные. Развёрнутый план исследования функции. Исследование функций: нахождение интервалов монотонности, экстремумов, интервалов выпуклости и вогнутости графика функции, точек перегиба, асимптот графика функции. Построение графика функции.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: самостоятельное изучение темы.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, выполнение контрольной работы, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

### *Тема 6 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.*

Содержание темы: Область определения функций нескольких переменных. Окрестность точки на плоскости. Окрестность бесконечности на плоскости. Окрестность точки в пространстве. Окрестность бесконечности в пространстве. Линии и поверхности уровня функций двух и трёх переменных. Окрестность точки в пространстве. Предел функции двух и трёх переменных. Непрерывность в точке и в ограниченной замкнутой области. Частные приращения функции. Частные производные функции. Частные производные высших порядков. Полное приращение функции двух и трёх переменных. Определение полного дифференциала. Теорема о связи существования полного дифференциала и частных производных функции. Полные дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование сложных функций, заданных неявно. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума функции нескольких переменных. Достаточное условие экстремума функции нескольких переменных. Достаточное условие экстремума функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных, непрерывной в ограниченной замкнутой области. Понятие скалярного поля. Функция поля. Определение градиента функции, его геометрический смысл. Определение производной по направлению, её геометрический смысл. Теорема о связи градиента и производной по направлению.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: самостоятельное изучение темы.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, выполнение контрольной работы, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

## **5 Методические указания для обучающихся по изучению и реализации дисциплины (модуля)**

### **5.1 Методические рекомендации обучающимся по изучению дисциплины и по обеспечению самостоятельной работы**

При реализации дисциплины (модуля) применяется электронный учебный курс, размещённый в системе электронного обучения (Moodle).

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных контрольных испытаний студенту рекомендуется придерживаться следующего порядка обучения:

- самостоятельно определить объем времени, необходимого для проработки каждой темы;
- регулярно изучать каждую тему дисциплины, используя различные формы индивидуальной работы;
- согласовывать с преподавателем виды работы по изучению дисциплины.

При выполнении индивидуальных домашних заданий необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и др. Решение ИДЗ выполняется подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки.

Самостоятельность в учебной работе способствует развитию заинтересованности студента в изучаемом материале, вырабатывает у него умение и потребность самостоятельно получать знания, что весьма важно для специалиста с высшим образованием.

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа студента включает следующие виды, выполняемые в соответствии с ФГОС ВО и рабочим учебным планом:

- аудиторная самостоятельная работа студента под руководством и контролем преподавателя на лекции. При проведении практических занятий применяется «Метод кооперативного обучения»: студенты работают в малых группах (3 – 4 чел.) над индивидуальными заданиями, в процессе выполнения которых они могут совещаться друг к другу. Преподаватель, в свою очередь, наблюдает за работой малых групп, а также поочередно разъясняет новый учебный материал малым группам, которые закончили работать над индивидуальными заданиями по предыдущему материалу;

- внеаудиторная самостоятельная работа студента: изучение теоретического материала, подготовка к аудиторным занятиям (лекция, практическое занятие, контрольная работа, тестирование, теоретический опрос), дополнительные занятия, текущие консультации по дисциплине.

В качестве самостоятельной работы предполагается изучение некоторых разделов дисциплины:

- «Дифференциальное исчисление функций одной переменной» (определение производной функции. Геометрический смысл производной функции. Угловой коэффициент касательной к графику функции. Физический смысл производной функции. Производная константы. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производные высших порядков. Физический смысл производной второго порядка);

- «Применение дифференциального исчисления к исследованию функции и построения графика функции» (определение возрастающей (убывающей) на интервале функции. Интервалы монотонности функции. Необходимое условие монотонности функции. Достаточное условие монотонности функции. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума).

Контроль успеваемости осуществляется в соответствии с рейтинговой системой оценки знаний студентов. Оценка по дисциплине определяется по 100-бальной шкале как сумма баллов, набранных студентом в результате работы в семестре: обязательными баллами оценивается посещение лекционных занятий, работа на практических (семинарских) занятиях, теоретический опрос, тесты, выполнение контрольных работ, ИДЗ, предусмотренных учебным планом.

Распределение баллов доводится до студентов в начале семестра.

Учебным планом предусмотрены консультации, которые студент может посещать по желанию.

При реализации дисциплины (модуля) применяется электронный учебный курс, размещённый в системе электронного обучения Moodle.

## **5.2 Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

При необходимости обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов (по заявлению обучающегося) предоставляется учебная информация в доступных формах с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания, консультации и др.

- для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания, консультации и др.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные задания, консультации и др.

## **6 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю) созданы фонды оценочных средств. Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 1.

## **7 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **7.1 Основная литература**

1. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебник для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563592> (дата обращения: 01.09.2025).

2. Математический анализ : учебное пособие / О.И. Воронин, В. А. Жулего, С. М. Демидов [и др.]. ; под ред. А. М. Попова. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. - 224 с. - ISBN 978-5-9729-1720-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2171787> (дата обращения: 31.05.2026)

3. Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для вузов / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 245 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00884-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537307> (дата обращения: 12.03.2025).

4. Шипачев, В. С. Математический анализ. Теория и практика : учебное пособие / В. С. Шипачев. — 3-е изд. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 351 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/5267. - ISBN 978-5-16-010073-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1911211> (дата обращения: 31.05.2026)

### **7.2 Дополнительная литература**

1. Антипова И.А., Вайнштейн И.И., Зыкова Т.В. Математический анализ. Часть I : Учебное пособие [Электронный ресурс] : Сибирский федеральный университет , 2018 - 196 - Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/document?id=342149>

2. Кузнецова О.С., Кирсанов М.Н. Математический анализ. Сборник задач и решений с применением системы Maple : Учебное пособие [Электронный ресурс] : Инфра-М , 2021 - 375 - Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/document?id=364613>



3. Шершнева, В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями / Шершнева В.Г. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2025. - 164 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-018502-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2172579> (дата обращения: 31.05.2026)

**7.3 Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы (при необходимости):**

1. Образовательная платформа "ЮРАЙТ"
2. Система электронного обучения ВГУЭС (<http://edu.vvsu.ru>)
3. ЭБС Консультант студента ([www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru))
4. Электронная библиотечная система ZNANIUM.COM - Режим доступа: <https://znanium.com/>
5. Электронно-библиотечная система "ZNANIUM.COM"
6. Open Academic Journals Index (ОАИ). Профессиональная база данных - Режим доступа: <http://oaji.net/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н.Ельцина (база данных различных профессиональных областей) - Режим доступа: <https://www.prilib.ru/>

**8 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения**

Основное оборудование:

- Мультимедийная трибуна E-Station S
- Мультимедийный проектор №3 Casio XJ-M146
- Проектор № 1 Epson EB-480

Программное обеспечение:

- Microsoft Office Professional Plus 2013 Russian

### Итоговый тест по дисциплине

| Вопрос | Правильный ответ | Критерии                                                       |
|--------|------------------|----------------------------------------------------------------|
| 1      | 4)               | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 2      | -1               | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 3      | 3)               | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 4      | 3)               | 2 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 5      | 1                | 2 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 6      | 1)               | 2 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 7      | 1),4)            | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 8      | 1                | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 9      | 3)               | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 10     | 3)               | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 11     | 2)               | 2 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 12     | 1)               | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 13     | 1), 2)           | 2 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 14     | 54               | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 15     | 2)               | 1 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |

### Тест 1

| Вопрос | Правильный ответ | Критерии                                                          |
|--------|------------------|-------------------------------------------------------------------|
| 1      | 4)               | 0,25 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 2      | 0                | 0,25 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 3      | -10              | 0,25 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 4      | 1)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи  |
| 5      | 3)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи  |
| 6      | 4)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи  |
| 7      | 0                | 0,25 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 8      | 4)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи  |
| 9      | 0                | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи  |
| 10     | 1)               | 0,25 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 11     | 4)               | 0,25 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |

### Тест 2

| Вопрос | Правильный ответ | Критерии                                                         |
|--------|------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1      | 8                | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 2      | 2)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 3      | 1)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 4      | 2)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 5      | 3)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 6      | 3)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 7      | 1)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 8      | 1), 3), 4)       | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 9      | 2                | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 10     | 1), 4)           | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |

### Тест 3

| Вопрос | Правильный ответ | Критерии                                                         |
|--------|------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1      | 18               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 2      | 2                | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 3      | 4)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 4      | 1)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 5      | 1)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 6      | 4)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 7      | 2)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 8      | 2)               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 9      | -4               | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |
| 10     | 2), 3)           | 0,3 б – полное правильное соответствие<br>0 б – остальные случаи |

| Темы | Количество вопросов | Критерии                                                     |
|------|---------------------|--------------------------------------------------------------|
| 1-2  | 24                  | 0,3б – за каждый правильный ответ<br>0 б – остальные случаи  |
| 3    | 9                   | 0,31б – за каждый правильный ответ<br>0 б – остальные случаи |
| 4    | 13                  | 0,3б – за каждый правильный ответ<br>0 б – остальные случаи  |
| 5    | 18                  | 0,3б – за каждый правильный ответ<br>0 б – остальные случаи  |
| 6-7  | 19                  | 0,3б – за каждый правильный ответ<br>0 б – остальные случаи  |

## Ответы к теоретическим опросам

### К темам 1-2:

1. Окрестностью точки называется любой интервал, содержащий эту точку.
2.  $\varepsilon$  - окрестностью точки  $a$  называется интервал  $(a - \varepsilon; a + \varepsilon)$ .
3. Множество называется ограниченным сверху, если все его элементы не превосходят некоторого числа.

Множество называется ограниченным снизу, если существует такое число, что все его элементы больше или равны этому числу.

4. Множество называется ограниченным, если оно ограничено и сверху, и снизу.
5. Функцией называется правило или закон, по которому каждому элементу  $x \in X$  поставлен в соответствие единственный элемент  $y \in Y$ .
6. Множество всех значений аргумента  $x$ , для которых функция имеет смысл.
7. Аналитический, табличный, графический.
8. Графиком функции называется множество всех точек на координатной плоскости, у которых абсцисса (координата  $x$ ) равна значению аргумента, а ордината (координата  $y$ ) — соответствующему значению функции.

9.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b: \forall \varepsilon > 0, \exists N$  такое, что для  $\forall x > N \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$ .
10.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b: \forall \varepsilon > 0, \exists M$  такое, что для  $\forall x < M \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$ .
11.  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = b: \forall \varepsilon > 0, \exists N < a$  такое, что для  $\forall x: N < x < a \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$ .
12.  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b: \forall \varepsilon > 0, \exists M > a$  такое, что для  $\forall x: a < x < M \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$ .
13.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b: \forall \varepsilon > 0, \exists u_a^\delta$  точки  $a$  такая, что для  $\forall x \in u_a^\delta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$ .
14. Функция называется ограниченной при  $x \rightarrow a$ , если  $\exists M$  и  $\exists u_a^\delta$  такие, что для  $\forall x \in u_a^\delta \Rightarrow |f(x)| \leq M$ .
15. Функция называется ограниченной в некоторой области  $D$ , если  $\exists M > 0$  такое, что для  $\forall x \in D \Rightarrow |f(x)| \leq M$ .

16. Пределы этих функций равны нулю.
17. Пределы этих функций равны бесконечности.

18. Если  $f(x) \rightarrow \infty$  при  $x \rightarrow a$ , то  $\frac{1}{f(x)} \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow a$ .

Если  $\alpha(x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow a$ , то  $\frac{1}{\alpha(x)} \rightarrow \infty$  при  $x \rightarrow a$  и  $\alpha(x) \neq 0$ .

19.  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x);$   
 $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x);$   
 $\lim_{x \rightarrow a} c \cdot f(x) = \lim_{x \rightarrow a} c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x);$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0.$$

20. Предел отношения синуса некоторого аргумента к аргументу, при стремлении аргумента к нулю, равен единицы.

$$21. \lim_{a(x) \rightarrow 0} (1 + a(x))^{\frac{1}{a(x)}} = e.$$

22. Бесконечно малые функций называются бесконечно малыми одного порядка малости, если предел их отношения при  $x \rightarrow a$  существует, конечный и отличный от нуля.

23. Бесконечно малые функций одного порядка малости называются эквивалентными бесконечно малыми, если предел их отношения при  $x \rightarrow a$  равен единицы.

24. Бесконечно малая функция называется бесконечно малой более высокого порядка чем другая бесконечно малая, если предел их отношения при  $x \rightarrow a$  равен нулю.

Бесконечно малая функция называется бесконечно малой более низкого порядка чем другая бесконечно малая, если предел их отношения при  $x \rightarrow a$  равен бесконечности.

### К теме 3:

1. Функция  $y = f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если

1) функция определена в точке и в её окрестности;

2) функция имеет предел при  $x \rightarrow x_0$ ;

3) предел функции в точке равен значению функции в этой точке.

2. Точка разрыва  $x_0$  называется точкой разрыва первого рода функции  $y = f(x)$ , если в этой точке существуют конечные, неравные односторонние пределы функции.

3. Если хотя бы один односторонний предел не существует или равен бесконечности.

4. Точка разрыва первого рода называется точкой устранимого разрыва, если односторонние пределы равны, но не равны значению функции в этой точке.

5. Модуль разности между односторонними пределами.

6. Функция, непрерывная на отрезке — это функция, которая непрерывна в каждой точке заданного отрезка.

7. Если  $x_1, x_2$  аргументы функции  $y = f(x)$ , то разность между аргументами будет называться приращением аргументов.

8. Если  $x_1, x_2$  аргументы функции  $y = f(x)$ , то разность между значениями функции  $f(x_2) - f(x_1)$  будет называться приращением функции.

9. Функция  $y = f(x)$  называется непрерывной в точке, если бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции.

### К теме 4:

1. Дифференцирование.

2. Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю.

3. Значение производной в точке равно тангенсу угла наклона касательной к графику функции в этой точке.

4. Сумме производных.

5. Дробь, в числителе которой производная числителя исходной функции на неизменный знаменатель минус неизменный числитель на производную знаменателя, в знаменателе квадрат знаменателя исходной дроби.

6. Производной первого сомножителя на неизменный второй плюс неизменный первый сомножитель на производную второго.

7. Если функция дифференцируема в точке, то она обязательно непрерывна в этой точке, но обратное не всегда верно.

8. Функция, основании которой и показатель степени зависят от  $x$ .

9. Функция вида  $F(x; y) = 0$  называется заданной неявно?

10. Дифференциал функции — это линейная часть приращения функции.

11. Дифференциал функции в точке  $x$  равен приращению ординаты касательной к графику функции в этой точке, когда  $x$  получает приращение  $\Delta x$ .

12. Для того, чтобы функция  $y = f(x)$  имела дифференциал в точке  $x$ , необходимо и достаточно, чтобы она имела в этой точке производную.

13. Предел отношения двух бесконечно малых или бесконечно больших функции равен пределу отношения их производных.

#### **К теме 5:**

1. Функция называется возрастающей на интервале, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

2. Функция называется убывающей на интервале, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

3. Точка максимума функции — это точка, в которой значение функции в этой точке больше, чем значение функции в любой точке её окрестности.

4. Точка минимума функции — это точка, в которой значение функции в этой точке меньше, чем значение функции в любой точке её окрестности.

5. Точки максимума и минимума.

6. Если функция возрастает на интервале  $(a; b)$  и дифференцируема на этом интервале, то её производная должна быть неотрицательной для всех  $x$  из  $(a; b)$ .

7. Если функция дифференцируема на этом интервале и её производная положительна во всех точках интервала, то функция возрастает на нём.

8. Если функция убывает на интервале  $(a; b)$  и дифференцируема на этом интервале, то её производная неположительна во всех точках интервала.

9. Если функция дифференцируема на этом интервале и её производная отрицательна во всех точках интервала, то функция убывает на нём.

10. Если функция  $y = f(x)$  имеет экстремум (максимум или минимум) в точке  $x_0$ , то в этой точке производная функции либо равна нулю, либо не существует.

11. Пусть функция непрерывна в точке  $x_0$ , а в некоторой её окрестности, кроме, возможно, самой точки  $x_0$ , она дифференцируема. Если при переходе через  $x_0$  производная меняет знак, то в этой точке есть экстремум:

- если знак меняется с «плюса» на «минус» — это максимум;

- если знак меняется с «минуса» на «плюс» — это минимум.

12. Этот способ применяют, когда точка  $x_0$  — стационарная, то есть производная в этой точке равна нулю. Если в этой точке существует вторая производная и она непрерывна:

- если  $f''(x_0) > 0$ , то  $x_0$  — точка минимума;

- если  $f''(x_0) < 0$ , то  $x_0$  — точка максимума.

13. График дифференцируемой функции называется выпуклым в интервале  $(a; b)$ , если он расположен ниже любой своей касательной на этом интервале.

14. График дифференцируемой функции называется вогнутым в интервале  $(a; b)$ , если он расположен выше любой своей касательной на этом интервале.

15. Точки графика непрерывной функции, отделяющие его выпуклую часть от вогнутой называются точками перегиба.

16. Если производная второго порядка непрерывной функции  $f''(x)$  меняет знак при переходе аргумента через точку  $x_0$ , то точка с абсциссой  $x = x_0$  является точкой перегиба графика функции.

17. Пусть функция  $y = f(x)$  имеет вторую производную второго порядка во всех точках интервала  $(a; b)$ . Если во всех точках этого интервала  $f''(x) < 0$  ( $f''(x) > 0$ ), то график функции на  $(a; b)$  выпуклый (вогнутый).

18. Асимптотой графика функции  $y = f(x)$  называется прямая линия, расстояние от которой до текущей точки графика функции стремится к нулю при неограниченном удалении этой точки от начала координат/

#### **К темам 6-7:**

1. Функцией двух переменных называется правило или закон, по которому каждой паре чисел  $(x; y) \in M$  поставлен в соответствие единственное число  $z \in N$ .

2. Областью определения функции двух переменных называется множество всех пар  $(x; y)$ , для которых существует значение  $z$ .

3. Аналитический, табличный, графический.

4. Графиком функции двух переменных является поверхность.
5. Окрестностью точки функции двух переменных является круг с центром в этой точке.
6. Частное приращение функции двух переменных — это приращение функции, которое получается при изменении только одной из переменных при фиксированном значении другой.
7. Частная производная функции двух переменных по одному из её аргументов равна пределу отношения частного приращения функции к вызвавшему его приращению аргумента, когда приращение аргумента стремиться к 0.
8. Главная часть приращения функции  $z = f(x; y)$  линейная относительно  $\Delta x, \Delta y$ .
9. Точка  $P_0(x_0; y_0)$  называется точкой максимума функции  $z = f(x; y)$ , если существует такая окрестность этой точки, что для всех точек  $P(x; y)$  этой окрестности отличных от  $P_0(x_0; y_0)$ , выполняется неравенство  $f(P_0) > f(P)$ .
10. Точка  $P_0(x_0; y_0)$  называется точкой минимума функции  $z = f(x; y)$ , если существует такая окрестность этой точки, что для всех точек  $P(x; y)$  этой окрестности отличных от  $P_0(x_0; y_0)$ , выполняется неравенство  $f(P_0) < f(P)$ .
11. Если функция  $z = f(x; y)$  в точке  $P_0(x_0; y_0)$  имеет экстремум, то в этой точке либо обе частные производные первого порядка равны нулю:  $f'_x(x_0; y_0) = 0, f'_y(x_0; y_0) = 0$ , либо хотя бы одна из них не существует.
12. Пусть для функции  $z = f(x; y)$  в критической точке  $P_0(x_0; y_0)$  существуют производные  $A = f''_{xx}(P_0), B = f''_{yy}(P_0), C = f''_{xy}(P_0)$ .  
Составить определитель  $\Delta = A \cdot B - C^2$ .  
Возможны три случая:
  - 1)  $\Delta(P_0) > 0$ , тогда точка  $P_0$  — точка экстремума:  
при  $A > 0$  —  $P_0$  точка минимума;  
при  $A < 0$  —  $P_0$  точка максимума.
  - 2)  $\Delta(P_0) < 0$ , тогда  $P_0$  не является точкой экстремума;
  - 3)  $\Delta(P_0) = 0$  тогда необходимы дополнительные исследования.
13. 1) найти критические точки внутри области;  
2) найти критические точки на границе области;  
3) найти значения функции во всех критических точках и в вершинах области;  
4) выбрать наибольшее и наименьшее значения.
14. Часть пространства, каждой точке которого соответствует численное значение некоторой скалярной величины.
15. Скалярные поля изображаются геометрически с помощью линий уровня, уравнения которых  $f(x; y) = C$ .
16. Градиентом в точке  $P(x; y)$  скалярного поля, заданного дифференцируемой функцией  $z = f(x; y)$  называется вектор, координатами которого являются частные производные.
17. Градиент -вектор, указывающий направление наибоыстрейшего роста функции в данной точке поля.
18. Производной функции  $u = F(x; y; z)$  в точке  $M(x; y; z)$  по направлению  $l$  называется

$$\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta_l u}{\Delta l} = \frac{\partial u}{\partial l}.$$

$$\frac{\partial u}{\partial l} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma.$$

19. Производная функции по направлению  $l$  показывает изменения функции вдоль этого направления.