

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «ВВГУ»)

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля
и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление и направленность (профиль)
15.03.06 Мехатроника и робототехника. Мехатроника и робототехника

Форма обучения
очная

Владивосток 2025

1 Перечень формируемых компетенций

Название ОПОП ВО, сокращенное	Код и формулировка компетенции	Код и формулировка индикатора достижения компетенции
15.03.06 «Мехатроника и робототехника» (Б-МР)	ОПК-1 : Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1к : Обладает математической культурой и системным мышлением, позволяющими в профессиональной деятельности использовать математические методы и инструменты для проведения критического анализа ситуаций, моделирования и прогнозирования развития процессов и явлений

Компетенция считается сформированной на данном этапе в случае, если полученные результаты обучения по дисциплине оценены положительно (диапазон критериев оценивания результатов обучения «удовлетворительно», «хорошо», «отлично»). В случае отсутствия положительной оценки компетенция на данном этапе считается несформированной.

2 Показатели оценивания планируемых результатов обучения

Компетенция ОПК-1 «Способен применять естественно-научные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности»

Таблица 2.1 – Критерии оценки индикаторов достижения компетенции

Код и формулировка индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине			Критерии оценивания результатов обучения
	Код результата	Тип результата	Результат	
ОПК-1.1к : Обладает математической культурой и системным мышлением, позволяющими в профессиональной деятельности использовать математические методы и инструменты для проведения критического анализа ситуаций, моделирования и прогнозирования развития процессов и явлений	РД1	Знание	основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики, математических методов обработки экспериментальных данных	- правильность ответа по содержанию задания; - полнота и глубина ответа;
	РД2	Умение	применять стандартные методы и модели к решению типовых теоретико-вероятностных и статистических задач	умение решать стандартные задачи дисциплины, основные типы которых разбираются на практических занятиях
	РД3	Навык	использования основных понятий, формул и методов теории вероятностей и математической статистики при самостоятельном решении задач	владеет навыками выбора формул, методов и правильного подхода к решению задачи

Таблица заполняется в соответствии с разделом 1 Рабочей программы дисциплины (модуля).

3 Перечень оценочных средств

Таблица 3 – Перечень оценочных средств по дисциплине (модулю)

Контролируемые планируемые результаты обучения		Контролируемые темы дисциплины	Наименование оценочного средства и представление его в ФОС	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Очная форма обучения				
РД1	Знание : основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики, математических методов обработки экспериментальных данных	1.1. Основные понятия комбинаторики. Случайные события и предмет теории вероятностей. Вероятность события.	Теоретический опрос	Тест
		1.2. Зависимые и независимые события. Повторные независимые испытания	Теоретический опрос	Тест
		1.3. Случайные величины	Теоретический опрос	Тест
		1.4. Основные определения математической статистики	Теоретический опрос	Тест
		1.5. Оценки параметров распределения	Теоретический опрос	Тест
		1.6. Статистическая проверка статистических гипотез	Теоретический опрос	Тест
		1.7. Элементы корреляционного и регрессионного анализа	Теоретический опрос	Тест
РД2	Умение : применять стандартные методы и модели к решению типовых теоретико-вероятностных и статистических задач	1.1. Основные понятия комбинаторики. Случайные события и предмет теории вероятностей. Вероятность события.	Контрольная работа	Тест
			Индивидуальное домашнее задания	Тест
			Тест	Тест
		1.2. Зависимые и независимые события. Повторные независимые испытания	Контрольная работа	Тест
			Индивидуальное домашнее задания	Тест
			Тест	Тест
		1.3. Случайные величины	Контрольная работа	Тест
			Лабораторная работа	Тест
			Тест	Тест
		1.4. Основные определения математической статистики	Лабораторная работа	Тест
			Тест	Тест
		1.5. Оценки параметров распределения	Лабораторная работа	Тест
			Тест	Тест
		1.6. Статистическая проверка статистических	Лабораторная работа	Тест

		гипотез	Тест	Тест
		1.7. Элементы корреляционного и регрессионного анализа	Лабораторная работа	Тест
			Тест	Тест
РДЗ	Навык : использования основных понятий, формул и методов теории вероятностей и математической статистики при самостоятельном решении задач	1.1. Основные понятия комбинаторики. Случайные события и предмет теории вероятностей. Вероятность события.	Контрольная работа	Тест
			Индивидуальное домашнее задания	Тест
			Тест	Тест
		1.2. Зависимые и независимые события. Повторные независимые испытания	Контрольная работа	Тест
			Индивидуальное домашнее задания	Тест
			Тест	Тест
		1.3. Случайные величины	Контрольная работа	Тест
			Лабораторная работа	Тест
			Тест	Тест
		1.4. Основные определения математической статистики	Лабораторная работа	Тест
			Тест	Тест
		1.5. Оценки параметров распределения	Лабораторная работа	Тест
			Тест	Тест
		1.6. Статистическая проверка статистических гипотез	Лабораторная работа	Тест
			Тест	Тест
		1.7. Элементы корреляционного и регрессионного анализа	Лабораторная работа	Тест
			Тест	Тест

4 Описание процедуры оценивания

Качество сформированности компетенций на данном этапе оценивается по результатам текущих и промежуточных аттестаций при помощи количественной оценки, выраженной в баллах. Максимальная сумма баллов по дисциплине (модулю) равна 100 баллам.

Вид учебной деятельности	Оценочное средство								
	Теоретический опрос	Контрольные работ	Лаб. работы	Тесты №1-3	ИДЗ	Работа у доски	Посещение занятий	Итоговый тест	Итого
Лекции	20						3		23
Практические занятия		6				10	3		19
Лабораторные занятия			22				3		25
Самостоятельная работа					4				4
СЭО				9					9

Промежуточная аттестация								20	20
Итого	20	6	22	9	4	10	9	20	100

Сумма баллов, набранных студентом по всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины, переводится в оценку в соответствии с таблицей.

Сумма баллов по дисциплине	Оценка по промежуточной аттестации	Характеристика качества сформированности компетенции
от 91 до 100	«отлично»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций, обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, умеет свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
от 76 до 90	«хорошо»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
от 61 до 75	«удовлетворительно»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков по некоторым дисциплинарным компетенциям, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
от 41 до 60	«неудовлетворительно»	У студента не сформированы дисциплинарные компетенции, проявляется недостаточность знаний, умений, навыков.
от 0 до 40	«неудовлетворительно»	Дисциплинарные компетенции не сформированы. Проявляется полное или практически полное отсутствие знаний, умений, навыков.

5 Примерные оценочные средства

5.1 Примерный перечень вопросов по темам

Вопросы по темам

К темам 1-2

1. Что называется перестановками?
2. Каковы формулы вычисления числа перестановок без повторений и с повторениями?
3. Что называется сочетаниями?
4. Каковы формулы вычисления числа сочетаний без повторений и с повторениями?
5. Что называется размещениями?
6. Каковы формулы вычисления числа размещений без повторений и с повторениями?
7. Какое событие называется случайным, достоверным и невозможным?
8. Как определяются сумма и произведение событий, противоположное событие?
9. Как определяется относительная частота события и в чем ее отличие от вероятности?
10. Сформулировать классическое определение вероятности.
11. Сформулировать аксиоматическое определение вероятности.
12. В чем заключается совместность и несовместность событий?
13. Записать формулу для вычисления суммы вероятностей противоположных событий.
14. Записать формулу для вычисления вероятности суммы двух событий, если они несовместны, совместны.

15. В чем заключается зависимость и независимость событий, и как определяется условная зависимость?

16. Записать формулу для вычисления вероятности произведения событий, если они независимы, зависимы.

17. Записать формулу полной вероятности и Байеса.

18. Записать формулу Бернулли, и при каких условиях справедлива эта формула.

19. При каких условиях используют формулу Пуассона?

20. При каких условиях используют локальную формулу Муавра-Лапласа?

21. Что называется потоком событий?

22. Что называется интенсивностью потока?

23. В чем заключается свойство стационарности потока?

24. В чем заключается свойство ординарности потока?

25. Какой поток событий называется простейшим (Пуассоновским)?

К теме 3

1. Как определяются и задаются дискретные и непрерывные случайные величины?

2. Как определяется и какими свойствами обладает функция распределения случайной величины?

3. Как определяется и какими свойствами обладает плотность вероятностей непрерывной случайной величины?

4. Как вводятся и что определяют числовые характеристики – математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратичное отклонение для непрерывной случайной величины?

5. Дать определение числовых характеристик- математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратичное отклонение для дискретной случайной величины?

6. Какими свойствами обладают математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратичное отклонение?

7. Как определяются начальные и центральные моменты случайной величины?

8. Что называется асимметрией и эксцессом случайной величины и каково их назначение?

9. Как определяется биномиальное распределение и чему равны его числовые характеристики?

10. Как определяется пуассоновское распределение и чему равны его числовые характеристики?

11. Как определяется равномерное распределение и чему равны его числовые характеристики?

12. Каковы графики функции распределения и плотности распределения равномерно распределенной случайной величины?

13. Как определяется показательное распределение и чему равны его числовые характеристики?

14. Каковы графики функции распределения и плотности распределения показательного распределенной случайной величины?

15. Как определяется нормальное распределение и чему равны его числовые характеристики?

16. Каковы графики функции распределения и плотности распределения нормально распределенной случайной величины?

17. Какой вероятностный смысл имеют параметры нормального распределения?

18. Как влияют параметры нормального распределения на график плотности вероятностей?

19. Как определяется функция распределения нормально распределенной случайной величины?

20. Как определить вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал, используя таблицу значений функции Лапласа?

21. В чем заключается правило «трех сигм»?
22. Сформулировать теоремы Чебышева и Ляпунова и следствия из них?

К темам 4-6

1. Чем занимается математическая статистика?
2. Каковы основные задачи математической статистики?
3. Дать определение генеральной совокупности.
4. Дать определение выборочной совокупности.
5. Что называется объемом генеральной совокупности и выборки?
6. Каковы виды выборок?
7. Каковы требования, предъявляемые к выборке?
8. Что называется вариационным рядом?
9. Что называется относительной частотой вариантов выборки?
10. Что называется полигоном частот?
11. Что называется статистической совокупностью?
12. Что называется гистограммой плотностей относительных частот?
13. Дать определение эмпирической функции распределения.
14. Каковы свойства эмпирической функции распределения?
15. Каковы виды оценок параметров?
16. Какие оценки называются точечными, интервальными?
17. Требования, предъявляемые к оценкам параметров.
18. Какая оценка параметра называется несмещенной?
19. Какая оценка параметра называется эффективной?
20. Какая оценка параметра называется состоятельной?
21. Какой интервал называется доверительным?
22. Что называется надежностью?
23. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном и неизвестном среднеквадратическом отклонении.
24. Какую информацию дает коэффициент асимметрии?
25. Какую информацию дает эксцесс?
26. Определение и формула выборочной средней.
27. Определение и формула выборочной дисперсии.
28. На чем основываются упрощенные методы вычисления оценок параметров?
29. Что такое «ложный нуль» и как он выбирается?
30. Дать определение статистической гипотезы.
31. Что называется критерием согласия?
32. На чем основывается критерий Пирсона?
33. В чем заключается достоинство критерия Пирсона?
34. Что называется уровнем значимости?
35. Какая область называется критической, правосторонней, левосторонней, двусторонней?
36. Какая гипотеза называется нулевой, конкурирующей?
37. Дать определения ошибкам первого и второго рода.
38. В каком случае нет оснований отвергать нулевую гипотезу?

К теме 7

1. Функциональная, статистическая, корреляционная зависимости.
2. Задачи корреляции.
3. Полная и неполная корреляции.
4. Выбор типа выравнивающей линии.
5. Метод средних, метод проб, метод наименьших квадратов.
6. Нахождение параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным и по не сгруппированным данным.
7. Выборочный коэффициент корреляции. Его свойства.

8. Оценка параметров и ошибок наблюдений. Проверка гипотезы об адекватности модели регрессии.

Краткие методические указания

Собеседование по теории проводится после изучения соответствующей темы.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	20	Ставится, если студент полностью освоил материал
4	15-19	Ставится, если студент допускает 1-2 ошибки
3	12-14	Ставится, если студент излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил, излагает материал непоследовательно и допускает ошибки
2	0-11	Ставится, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующий вопрос, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал

5.2 Примеры заданий для выполнения контрольных работ

Контрольная работа №1

1. Для студенческой лотереи были пронумерованы 400 билетов номерами от 1 до 400. Организаторы лотереи сделали ее беспроигрышной. Все выигрыши разделили на три вида:

а) «самый большой выигрыш» - том стихов Пушкина, приходится на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры;

б) «средний выигрыш» - набор фломастеров – приходится на билеты, номера которых содержат две одинаковых цифры.

Определить вероятность того, что

а) взятый наудачу билет окажется выигрышным;

б) на взятый билет выиграют «средний выигрыш»;

в) на взятый билет выиграют «большой выигрыш».

2. В коробке 3 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что вынутые наугад два окажутся черными?

3. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,9; а вторым - 0,8. Найти вероятность того, что мишень поразит только один стрелок.

4. Вероятности своевременного выполнения задания тремя независимо работающими предприятиями соответственно равны 0,5; 0,6; 0,7. Найти вероятность своевременного выполнения задания хотя бы одним предприятием.

Краткие методические указания

Контрольная работа позволяет определить уровень усвоения материала. Перед выполнением контрольной работы необходимо ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в презентациях и на лекции, проработать методы решения задач, рассмотренных в типовых примерах. За разъяснением трудно усваиваемых вопросов курса необходимо обратиться к преподавателю.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	3	Задания выполнены полностью и правильно
4	2	Задания выполнены полностью, с несущественными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны
3	1	Задания выполнены полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны
2	0	Задания не выполнены или выполнены неправильно

Контрольная работа №2

1. Полагая, что рост мужчин определенной возрастной группы есть нормально распределенная случайная величина с параметрами $\mu = 173, \sigma = 6$.

Найти:

а) выражение плотности вероятности и функции распределения случайной величины;

б) доли костюмов 4-го роста (176—182 см) и 3-го роста (170—176 см), которые нужно предусмотреть в общем объеме производства для данной возрастной группы;

в) сформулировать «правило трех сигм» для случайной величины.

2. Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины равно 4, дисперсия равна 9. Написать выражение для плотности вероятности.

3. При измерении нормально распределенной случайной величины оказалось, что ее среднее квадратичное отклонение равно 10, а вероятность попадания этой величины в интервал от 100 до 140, симметричный относительно математического ожидания, равна 0,86. Найти математическое ожидание этой величины и вероятность попадания ее в интервал от 90 до 150.

Краткие методические указания

Контрольная работа позволяет определить уровень усвоения материала. Перед выполнением контрольной работы необходимо ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в презентациях и на лекции, проработать методы решения задач, рассмотренных в типовых примерах. За разъяснением трудно усваиваемых вопросов курса необходимо обратиться к преподавателю.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	3	Задания выполнены полностью и правильно
4	2	Задания выполнены полностью, с несущественными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны
3	1	Задания выполнены полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны
2	0	Задания не выполнены или выполнены неправильно

5.3 Пример заданий на лабораторную работу

Лабораторная работа № 1 «Случайные величины»

1. Даны законы распределения двух независимых случайных величин X и Y :

x_i	1	3	5
p_i	0,3	0,5	0,2

y_j	7	8	9
p_j	0,4	0,3	0,3

Требуется:

- составить закон распределения случайной величины $Z = X \cdot Y$;
- найти числовые характеристики случайных величин X , Y , Z ;

- проверить свойство $M(Z) = M(X) \cdot M(Y)$;
 - построить функцию распределения для Z и построить ее график;
 - проанализировать и объяснить полученные результаты.
2. Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ 1 - \frac{1}{x^3}, & x \geq 1, \end{cases} \quad \alpha = -1, \beta = 2.$$

Требуется:

- рассчитать математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение;
- определить значения критических точек для различных законов распределения.
- объяснить полученные результаты.

Краткие методические указания

При подготовке к лабораторной работе особое внимание необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов по соответствующей теме. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобратся в иллюстративном материале.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	3	Выставляется студенту, если он принимал активное участие при решении поставленной задачи, все задания выполнены без ошибок, на все поставленные вопросы даны ответы, тем самым подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
4	2	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено больше половины заданий и на большинство поставленных вопросов даны ответы, четко представлял свою позицию и позицию команды, подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
3	1	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено меньше половины заданий, лишь на некоторые поставленные вопросы даны ответы, подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
2	0	Выставляется студенту, если задания не выполнены или допущены ошибки при ответах на большинство из поставленных в задаче вопросов.

5.4 Пример заданий на лабораторную работу

Лабораторная работа № 2 «Основные определения математической статистики»

Для выборочных данных

135	133	124	132	104	152	134	130	129	120	122	124
117	123	123	129	121	122	125	131	147	124	137	112
126	128	111	129	115	147	131	132	137	119	125	120
129	125	123	127	132	118	133	132	132	134	131	120
135	132	125	132	108	114	121	133	133	135	131	125
114	115	122	131	125	132	120	126	115	117	118	118

132	134	127	127	124	135	128	127	115	144	129	120
137	127	125	116	132	120	117	127	118	109	127	122
120	135	116	118	133	136	125	126	119	126	129	127
129	124	127	132	126	131	127	130	126	124	135	127
124	123	123	130	132	143	122	139	120	134	108	132
121	111	123	140	137	120	125	131	118	120	120	136

выполнить следующую обработку, пояснив полученные результаты:

- по первоначальной выборке найти выборочные значения среднего арифметического, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратичное отклонение;
- проверить выполнение правила «3 σ »;
- записать данные в виде вариационного ряда, найти размах выборки, оценить среднее квадратичное отклонение с помощью размаха;
- по вариационному ряду найти оценки моды, медианы, верхнюю и нижнюю выборочные квартили, пояснить их смысл;
- построить сгруппированный статистический ряд и гистограмму, найти модальный интервал и оценки математического ожидания и дисперсии по сгруппированному ряду;
- построить сгруппированный статистический ряд из накопленных частот и ступенчатую оценку функции распределения;
- найти и медианный интервал;
- сравнить оценки числовых характеристик, полученных по сгруппированным рядам с оценками, рассчитанными по выборке.

Краткие методические указания

При подготовке к лабораторной работе особое внимание необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов по соответствующей теме. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобратся в иллюстративном материале.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	3	Выставляется студенту, если он принимал активное участие при решении поставленной задачи, все задания выполнены без ошибок, на все поставленные вопросы даны ответы, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
4	2	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено больше половины заданий и на большинство поставленных вопросов даны ответы, четко представлял свою позицию и позицию команды, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
3	1	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено меньше половины заданий, лишь на некоторые поставленные вопросы даны ответы, подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
2	0	Выставляется студенту, если задания не выполнены или допущены ошибки при ответах на большинство из поставленных в задаче вопросов.

5.5 Пример заданий на лабораторную работу

Лабораторная работа № 3 «Оценки параметров распределения»

Создать выборку объема $n=40$ в которой случайная величина X распределена по нормальному закону с параметрами $M(X) = 4$ и $\sigma = 0,5$.

Найти доверительный интервал с различной вероятностью для оценки математического ожидания нормального распределения. Сделать и объяснить свои выводы.

Краткие методические указания

При подготовке к лабораторной работе особое внимание необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов по соответствующей теме. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобратся в иллюстративном материале.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	3	Выставляется студенту, если он принимал активное участие при решении поставленной задачи, все задания выполнены без ошибок, на все поставленные вопросы даны ответы, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
4	2	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено больше половины заданий и на большинство поставленных вопросов даны ответы, четко представлял свою позицию и позицию команды, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
3	1	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено меньше половины заданий, лишь на некоторые поставленные вопросы даны ответы, подтверждающая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
2	0	Выставляется студенту, если задания не выполнены или допущены ошибки

5.6 Пример заданий на лабораторную работу

Лабораторная работа № 4 «Статистическая проверка статистических гипотез»

Дана некоторая выборка из генеральной совокупности

-246,269	-231,067	-279,336	-245,459	-300,443
-293,724	-252,592	-237,984	-263,868	-247,673
-260,437	-262,819	-282,876	-261,361	-277,027
-255,574	-224,518	-263,938	-252,302	-286,421

Задание:

- для заданной случайной величины, распределенной по равномерному закону с параметрами a и b , провести сравнение точности оценивания параметров (числовых характеристик ГС) для различных объемов выборок и различных оценок;
- проверить гипотезу о равенстве параметров распределения оценкам, полученным по выборке;
- для данной ситуационной задачи сформулировать основную и альтернативную гипотезы (о параметре распределения или о сравнении параметров распределения);
- выбрать статистику, позволяющую решить задачу;
- нарисовать график ее плотности распределения;
- указать критическую область, обосновать принятое решение;
- ответ задачи сформулировать в терминах заданной ситуации;
- сформулировать основную и альтернативную гипотезы, осуществить проверку гипотезы по критерию согласия Пирсона;
- нарисовать график плотности распределения «хи квадрат»;
- указать критическую область, обосновать принятое решение.

Краткие методические указания

При подготовке к лабораторной работе особое внимание необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение

практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов по соответствующей теме. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобратся в иллюстративном материале.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	3	Выставляется студенту, если он принимал активное участие при решении поставленной задачи, все задания выполнены без ошибок, на все поставленные вопросы даны ответы, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
4	2	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено больше половины заданий и на большинство поставленных вопросов даны ответы, четко представлял свою позицию и позицию команды, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
3	1	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено меньше половины заданий, лишь на некоторые поставленные вопросы даны ответы, подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
2	0	Выставляется студенту, если задания не выполнены или допущены ошибки

5.7 Пример заданий на лабораторную работу

Лабораторная работа №5 «Линейная регрессия и корреляция»

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
46	50	59	59	56	62	58	62
55	57	57	60	52	58	57	57
57	61	48	52	42	43	46	49
55	58	41	47	48	50	54	63
51	51	57	57	60	63	67	72
62	70	50	57	62	64	60	64
43	43	64	67	46	47	53	53
64	71	43	45	51	59	57	65
56	64	57	62	69	76	41	45
65	67	54	56	60	60	58	61
56	63	50	51	57	61	43	45
51	58	59	66	62	65	55	57
58	60	48	51	58	66	40	43
42	47	45	54	54	60	67	74
46	54	51	53	57	63	57	57
54	60	40	41	44	45	48	54
62	67	59	65	55	62	56	57
57	58	46	54	50	54	57	65
68	68	47	52	63	67	73	79
47	56	55	59	44	48	54	56
69	74	49	55	51	60	57	66
65	72	64	70	47	55	63	67

Задание:

- провести исследование корреляционной связи с помощью различных числовых характеристик (коэффициент корреляции Пирсона, коэффициент корреляции Спирмена);
- найти условные средние и построить эмпирическую линию регрессии Y по X (ломаную);

- найти уравнение регрессии Y по X методом наименьших квадратов и затем построить ее на одном чертеже с эмпирической линией регрессии;
- проверить адекватность уравнения регрессии Y по X .

Краткие методические указания

При подготовке к лабораторной работе особое внимание необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов по соответствующей теме. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобратся в иллюстративном материале.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	5	Выставляется студенту, если он принимал активное участие при решении поставленной задачи, все задания выполнены без ошибок, на все поставленные вопросы даны ответы, тем самым подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
4	4	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено больше половины заданий и на большинство поставленных вопросов даны ответы, четко представлял свою позицию и позицию команды, подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
3	2-3	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено меньше половины заданий, лишь на некоторые поставленные вопросы даны ответы, подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
2	0-1	Выставляется студенту, если задания не выполнены или допущены ошибки при ответах на большинство из поставленных в задаче вопросов.

5.8 Пример заданий на лабораторную работу

Лабораторная работа №6 «Нелинейная регрессия»

x_i	1	2	3	4	5	6
y_{ij}	12	11	6	6	11	15
	12	11	8	4	12	13
	10	12	6	6	10	16
	14	12	6	3	10	14
	13	9	7	6	11	14

Задание:

- провести исследование корреляционной связи с помощью различных числовых характеристик (коэффициент корреляции Пирсона, коэффициент корреляции Спирмена);
- найти условные средние и построить эмпирическую линию регрессии Y по X (ломаную);
- строить нелинейные уравнения регрессии Y по X (гиперболической, показательной, степенной);
- построить их на одном чертеже с эмпирической линией регрессии; проверить адекватность всех уравнений регрессии Y по X .

Краткие методические указания

При подготовке к каждой лабораторной работе особое внимание необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов по соответствующей теме. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить

основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	5	Выставляется студенту, если он принимал активное участие при решении поставленной задачи, все задания выполнены без ошибок, на все поставленные вопросы даны ответы, тем самым подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
4	4	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено больше половины заданий и на большинство поставленных вопросов даны ответы, четко представлял свою позицию и позицию команды, подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
3	2-3	Выставляется студенту, если без существенных ошибок выполнено меньше половины заданий, лишь на некоторые поставленные вопросы даны ответы, подтверждая знание материала, умение использовать нормативные документы для подтверждения правильности собственной позиции;
2	0-1	Выставляется студенту, если задания не выполнены или допущены ошибки при ответах на большинство из поставленных в задаче вопросов.

5.9 Варианты индивидуальных домашних заданий

ИДЗ «Случайные события»

1. В урне 40 шаров: 20 красных, 5 синих и 15 белых. Вынимается один шар. Он не возвращается, затем вынимают второй шар. Найти вероятность того, что оба шара окажутся цветными.

2. Имеется 50 экзаменационных билетов, каждый из которых содержит два вопроса. Экзаменуемый знает ответ не на все 100 вопросов, а только на 60. Определить вероятность того, что экзамен будет сдан, если для этого достаточно ответить на оба вопроса из своего билета, или на один вопрос из своего билета, или на один (по выбору преподавателя) вопрос из дополнительного билета.

3. Два баскетболиста делают по 3 броска мячом в корзину. Вероятности попадания мяча в корзину при каждом броске равны соответственно 0,6 и 0,7. Найти вероятность того, что: а) у обоих будет одинаковое количество попаданий; б) у первого баскетболиста будет больше попаданий, чем у второго.

4. Агрегат состоит из трех параллельных цепей, каждая из которых включает в себя 4 последовательно соединенных элемента. Две цепи являются резервными. Надежность элементов в основной цепи 0,97, в резервных – 0,92. Определить надежность агрегата

5. На предприятие поступают заявки от нескольких торговых пунктов. Вероятности поступления заявок от пунктов и равны соответственно 0,5 и 0,4. Найти вероятность поступления заявок от пункта или от пункта, считая события поступления заявок от этих пунктов независимыми, но совместными.

6. Библиотека состоит из 10 различных книг, причём 5 книг стоят 400 рублей каждая, 3 книги по 100 рублей, 2 по 300 рублей. Найти вероятность того, что взятые наудачу 2 книги стоят 500 рублей.

7. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,8, вторым 0,6. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним стрелком.

Краткие методические указания

При выполнении индивидуального домашнего задания необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и др. Решение ИДЗ выполняется подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	4	Задания выполнены полностью и правильно, работа оформлена согласно требованиям, решение содержит некоторые неточности
4	3	Задания выполнены полностью, с несущественными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны, работа оформлена согласно требованиям
3	2	Задания выполнены полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны, работа оформлена не по требованиям
2	0-1	Задания не выполнены или выполнены неправильно

5.10 Примеры тестовых заданий

Итоговый тест по дисциплине

1. Выполнение определенного комплекса условий, в которых наблюдается то или иное явление, фиксируется тот или иной результат, называется

- 1)испытанием
- 2)событием
- 3)вероятностью
- 4)сочетанием
- 5)экспериментом.

2. Рассмотрим испытание: подбрасывается игральная кость. Установите соответствие

- | | |
|-----------------------|------------------------------|
| 1)достоверное событие | А)выпало 3 очка |
| 2)невозможное событие | В)выпало больше 6 очков |
| | С)выпало не более 6 очков |
| | Д)выпало четное число очков. |

3. Расположите события в порядке возрастания их вероятностей

- 1)при подбрасывании двух монет два раза выпал герб
- 2)при подбрасывании игральной кости выпало число очков, большее четырех
- 3)из колоды в 36 карт наугад достали туза
- 4)из урны, содержащей пять белых шаров, наугад достали черный шар
- 5)при подбрасывании игральной кости выпало четное число очков.

4. Установите соответствие между событиями и вероятностями, с которыми эти события произойдут

- 1)при подбрасывании игральной кости выпадет число очков, меньшее 4
 - 2)из урны, в которой 6 белых и 4 черных шара, наугад достали белый шар
 - 3)из колоды карт (36 штук) достали карту бубновой масти
- А)0,6
В)0,25
С)0,5

5. Вероятность того, что в наудачу написанном трехзначном числе все цифры одинаковые, равна...

6. Укажите дискретные случайные величины

- 1)число очков, выпавшее при подбрасывании игральной кости
- 2)дальность полета артиллерийского снаряда
- 3)количество произведенных выстрелов до первого попадания
- 4)расход электроэнергии на предприятии за месяц
- 5)рост студента
- 6)оценка, полученная студентом на экзамене по теории вероятностей.

7. Выражение $M(X - M(X))$ равно..

8. Число, характеризующее степень разбросанности значений случайной величины около математического ожидания, называется

- 1) дисперсией
- 2) начальным моментом
- 3) корреляционным моментом
- 4) эксцессом.

9. В денежной лотерее выпущено 1000 билетов. Разыгрывается пять выигрышей по 500 рублей, пять выигрышей по 400 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Если X – сумма выигрыша владельца одного лотерейного билета, то вероятность события $X=0$ равна ...

10. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей

x_i	3	4	7
p_i	0,4	0,1	0,5

Математическое ожидание $M(X)$ равно...

11. Дан вариационный ряд

x_i	1	2	3
n_i	5	2	3

Выборочная дисперсия равна

- 1) 4
- 2) 1,8
- 3) 0,84
- 4) 0,76

12. Дан вариационный ряд

x_i	1	5	7	9
n_i	5	7	10	3

Медиана этого ряда равна

13. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 11.

Тогда его интервальная оценка может иметь вид

- 1) (10,5; 11,5)
- 2) (11; 11,5)
- 3) (10,5; 10,9)
- 4) (10,5; 11)

14. Дана выборка объема n . Если каждый элемент выборки увеличить в 5 раз, то выборочное среднее $\bar{x}$...

- 1) не изменится
- 2) уменьшится в 5 раз
- 3) увеличится в 25 раз
- 4) увеличится в 5 раз

Краткие методические указания

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	19-20	Задание выполнено полностью и абсолютно правильно.
4	16–18	Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки.
3	9-15	Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны.
2	1-8	Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения.

5.11 Примеры тестовых заданий

Тест 1

1. Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа?

- 1) 15
- 2) 720
- 3) 120
- 4) 30.

2. Испытание — «бросают две монеты». Событие — «на одной из монет выпадет герб». Число всех элементарных, равновозможных, единственно возможных, несовместных исходов равно:

- 1) одно
- 2) два
- 3) три
- 4) четыре.

3. Пусть событие A – работает машина, B_t – работает t –ый котел ($t=1,2,3$). Выбрать событие: машинно-котельная установка работает, если работает машина и, хотя бы один котел.

- 1) $AB_1B_2B_3$
- 2) $A(B_1 + B_2 + B_3)$
- 3) $AB_1(B_3 + B_2)$
- 4) $A(B_1B_2\overline{B_3} + \overline{B_1}B_2B_3 + B_1\overline{B_2}B_3 + B_1B_2B_3)$.

4. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором – с номерами от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Тогда вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не более 10, равна (с точностью до 0,001)

5. На склад поступают детали с двух заводов. Первый завод дает 80% стандартных деталей, второй – 60%. Наудачу взяли по одной детали каждого завода. Вероятность того, что среди взятых деталей только одна стандартная, равна (с точностью до 0,001)

6. На строительство объекта поставляются кирпичи, изготовленные двумя заводами. Производительность второго завода выше производительности первого на 20%. Вероятность того, что кирпич, изготовленный на первом заводе высокого качества равна 0,9; для второго завода эта вероятность равна 0,85. Вероятность того, что наудачу взятый кирпич высокого качества, равна (с точностью до 0,001)

- 1) 0,36
- 2) 0,51
- 3) 0,41
- 4) 0,87.

7. Студент одинаково плохо подготовился к каждому из трёх экзаменов. Вероятность того, что он сдаст хотя бы один из них, равна 0,578125. Вероятность того, что он сдаст все экзамены, равна (с точностью до 0,001)

8. Вероятность появления некоторого события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна 0,2. Тогда вероятность того, что событие появится не менее 18 и не более 24 раз, следует вычислять как

1) $P(18 \leq X \leq 24) \approx \Phi(1) - \Phi(0,5)$

2) $P(18 \leq X \leq 24) \approx \frac{1}{16}(\varphi(1) - \varphi(0,5))$

3) $P(18 \leq X \leq 24) \approx \frac{1}{4}(\varphi(1) - \varphi(0,5))$

4) $P(18 \leq X \leq 24) \approx \Phi(1) + \Phi(0,5)$.

Краткие методические указания

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	2,8-3	Задание выполнено полностью и абсолютно правильно.
4	2,3-2,7	Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки.
3	1,8-2,2	Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны.
2	0-1,7	Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения.

5.12 Примеры тестовых заданий

Тест 2

1. Если закон распределения одной из случайных величин меняется от того, какие значения принимает другая, такие величины называются

- 1) зависимыми
- 2) совместными
- 3) независимыми
- 4) несовместными.

2. Функция распределения может принимать значения

- 1) $[0; 1]$
- 2) $(0; 1)$
- 3) $[-1; 1]$
- 4) $(-\infty; +\infty)$

3. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей

x_i	-5	1	2	3
p_i	0,3	0,4	0,2	0,1

Тогда математическое ожидание случайной величины равно ...

4. Если $f(x)$ - дифференциальная функция распределения, то интегральную функцию распределения можно найти по формуле

1) $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$

$$2) F(x) = \int_{-\infty}^x x f(x) dx$$

$$3) F(x) = \int_{-\infty}^b f(x) dx$$

$$4) F(x) = \int_{-\infty}^b x f(x) dx.$$

5. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{36}, & 0 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

Тогда $P(-1 < X < 7)$ равна (с точностью до 0,01) ...

6. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{2x}{9}, & 0 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Тогда $M(X)$ равно

- 1) 2
- 2) 3
- 3) -1
- 4) 4.

7. Задан ряд распределения случайной величины X :

x_i	-1	0	1
p_i	0,1	?	0,3

Значение p_2 равно

8. Случайные величины X и Y заданы законами распределения

x_i	-2	2
p_i	0,6	0,4

y_j	-1	0	1
p_j	0,6	0,1	0,3

Случайная величина $X \cdot Y$ примет значение 2 с вероятностью, равной....

9. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей

x_i	0	x_2	9
p_i	0,1	0,5	0,4

Если математическое ожидание $M(X) = 5,6$, то значение x_2 равно

- 1) 4
- 2) 6

3)5

4)3

10. Известно, что $D(X) = 2$, $D(Y) = 3$ и X, Y – независимы.

Установите соответствие

- | | |
|-------------|------|
| 1) $D(3)$ | A)-1 |
| 2) $D(2X)$ | B)0 |
| 3) $D(X+Y)$ | C)3 |
| 4) $D(X-Y)$ | D)5 |
| | E)8 |

11. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{36}, & 0 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

Тогда $P(-1 < X < 7)$ равна (с точностью до 0,01)

12. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{2x}{9}, & 0 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Тогда $M(X)$ равно

- 1)2
- 2) 3
- 3) -1
- 4) 4.

Краткие методические указания

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	2,8-3	Задание выполнено полностью и абсолютно правильно.
4	2,3-2,7	Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и существенные ошибки.
3	1,8-2,2	Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны.
2	0-1,7	Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения.

5.13 Примеры тестовых заданий

Тест 3

1. Сумма частот признака равна:

- 1) объему выборки n
- 2) среднему арифметическому значений признака
- 3) нулю
- 4) единице.

2. Вариантой с наибольшей частотой вариационного ряда

x_i	-1	0	1	6
n_i	15	22	13	27

является

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=100$

x_i	1	3	5
n_i	19	n_2	n_3

эмпирическая функция распределения вероятностей которой имеет вид:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,19 & 1 < x \leq 3, \\ 0,64 & 3 < x \leq 5, \\ 1 & x > 5. \end{cases}$$

Тогда

1) $n_2 = 45; n_3 = 36$

2) $n_2 = 64; n_3 = 17$

3) $n_2 = 55; n_3 = 26$

4) $n_2 = 36; n_3 = 45$.

4. Указать верное утверждение. Оценки параметров распределений обладают свойством:

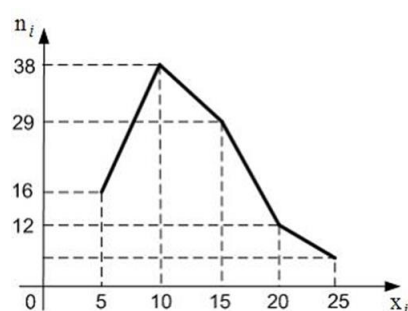
1) несмещенности

2) значимости

3) важности

4) смещенности.

5. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=100$, полигон частот которой имеет вид:



Тогда относительная частота варианты $x_i=25$ в выборке равна ...

6. С ростом объема выборки величина доверительного интервала

1) уменьшается

2) увеличивается

3) остается неизменной

4) нет правильного ответа.

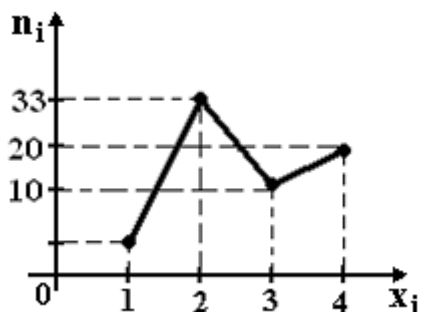
7. Известен доход по 4 фирмам $x_1=10$, $x_2=15$, $x_3=18$, $x_4=12$. Известна также выборочная средняя по 5 фирмам, равная 15. Доход пятой фирмы x_5 равен ...

8. Выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X имеет вид $y=0,6x+2,7$, а выборочные средние квадратические отклонения для X и Y соответственно равны: 0,7 и 2,8. Тогда выборочный коэффициент корреляции r_e равен ...

9. Если линейный коэффициент корреляции равен единице, то связь между признаками

- 1) функциональная
- 2) расплывчатая статистическая
- 3) отсутствует
- 4) неполная.

10. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 70$, полигон частот которой имеет вид



Тогда число вариант $x_1 = 1$ в выборке равно

- 1)8
- 2)7
- 3)2
- 4)6

11. Мода вариационного ряда, полученного по выборке 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 6 равна....

12. Дан вариационный ряд

x_i	1	5	7	9
n_i	5	7	10	3

Медиана этого ряда равна...

13. Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид $y = 4,4 - 2,2x$. Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен

- 1)4,4
- 2)0,9
- 3)-0,9
- 4)0,5

14. Дан вариационный ряд

x_i	1	2	3
n_i	4	2	3

Величина $\overline{x^2}$ равна

Краткие методические указания

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

Оценка	Баллы	Описание
5	2,8-3	Задание выполнено полностью и абсолютно правильно.
4	2,3-2,7	Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки.
3	1,8-2,2	Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны.
2	0-1,7	Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля)
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление и направленность (профиль)
15.03.06 Мехатроника и робототехника. Мехатроника и робототехника

Год набора на ОПОП
2023

Форма обучения
заочная

Владивосток 2025

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника (утв. приказом Минобрнауки России от 17.08.2020г. №1046) и Порядком организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утв. приказом Минобрнауки России от 06.04.2021 г. N245).

Составитель(и):

Голодная Н.Ю., доцент, Кафедра математики и моделирования,
Natalya.Golodnaya@vvsu.ru

Кучерова С.В., кандидат физико-математических наук, доцент, Кафедра математики и моделирования, Svetlana.Kucherova@vvsu.ru

Утверждена на заседании кафедры математики и моделирования от 15.05.2025 ,
протокол № 9

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой (разработчика)

Галимзянова К.Н.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат	1599657997
Номер транзакции	0000000000E7CC90
Владелец	Галимзянова К.Н.

1 Цель, планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются исследования закономерностей, возникающих при массовых, однородных опытах, методы сбора, систематизация, обработка результатов наблюдений.

Задачи освоения дисциплины:

- изучение случайных событий, случайных величин как основы для изучения случайных процессов;
- оценка неизвестных величин по данным наблюдения;
- выдвижение и проверка гипотез.

Планируемыми результатами обучения по дисциплине (модулю), являются знания, умения, навыки. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлен в таблице 1.

Таблица 1 – Компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины (модуля)

Название ОПОП ВО, сокращенное	Код и формулировка компетенции	Код и формулировка индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине		
			Код результата	Формулировка результата	
15.03.06 «Мехатроника и робототехника» (Б-МР)	ОПК-1 : Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1к : Обладает математической культурой и системным мышлением, позволяющими в профессиональной деятельности использовать математические методы и инструменты для проведения критического анализа ситуаций, моделирования и прогнозирования процессов и явлений	РД1	Знание	основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, математические методы обработки экспериментальных данных
			РД2	Умение	применять стандартные методы и модели к решению типовых теоретико-вероятностных и статистических задач
			РД3	Навык	использования основных понятий, формул и методов теории вероятностей и математической статистики при самостоятельном решении задач

В процессе освоения дисциплины решаются задачи воспитания гармонично развитой, патриотичной и социально ответственной личности на основе традиционных российских духовно-нравственных и культурно-исторических ценностей, представленные в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Целевые ориентиры воспитания

Воспитательные задачи	Формирование ценностей	Целевые ориентиры
Формирование гражданской позиции и патриотизма		

Воспитание уважения к истории и культуре России	Историческая память и преемственность поколений	Дисциплинированность
Формирование духовно-нравственных ценностей		
Формирование ответственного отношения к труду	Взаимопомощь и взаимоуважение	Дисциплинированность
Формирование научного мировоззрения и культуры мышления		
Развитие познавательного интереса и стремления к знаниям	Созидательный труд	Пунктуальность
Формирование коммуникативных навыков и культуры общения		
Воспитание культуры диалога и уважения к мнению других людей	Взаимопомощь и взаимоуважение	Пунктуальность

2 Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части «Блока 1 Дисциплины (модули)» учебного плана направления 15.03.06 Мехатроника и робототехника

3. Объем дисциплины (модуля)

Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу с обучающимися (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу, приведен в таблице 2.

Таблица 2 – Общая трудоемкость дисциплины

Название ОПОП ВО	Форма обуче- ния	Часть УП	Семестр (ОФО) или курс (ЗФО, ОЗФО)	Трудо- емкость	Объем контактной работы (час)						СРС	Форма аттес- тации
				(З.Е.)	Всего	Аудиторная			Внеауди- торная			
						лек.	прак.	лаб.	ПА	КСР		
15.03.06 Мехатроника и робототехника	ЗФО	Б1.Б	2	4	17	4	4	8	1	0	127	Э

4 Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1 Структура дисциплины (модуля) для ЗФО

Тематический план, отражающий содержание дисциплины (перечень разделов и тем), структурированное по видам учебных занятий с указанием их объемов в соответствии с учебным планом, приведен в таблице 3.1

Таблица 3.1 – Разделы дисциплины (модуля), виды учебной деятельности и формы текущего контроля для ЗФО

№	Название темы		Кол-во часов, отведенное на	Форма
---	---------------	--	-----------------------------	-------

		Код результата обучения	Лек	Практ	Лаб	СРС	текущего контроля
1	Основные понятия комбинаторики. Случайные события и предмет теории вероятностей. Вероятность события	РД1, РД2, РД3	2	2	0	18	теоретический опрос, тест 1
2	Зависимые и независимые события. Повторные независимые испытания	РД1, РД2, РД3	0	0	0	18	теоретический опрос, тест 1
3	Случайные величины	РД1, РД2, РД3	2	2	0	18	теоретический опрос, лабораторная работа №1, тест 2
4	Основные определения математической статистики	РД1, РД2, РД3	0	0	2	18	теоретический опрос, лабораторная работа №2, тест 3
5	Оценки параметров распределения	РД1, РД2, РД3	0	0	1	18	теоретический опрос, лабораторная работа №3, тест 3
6	Статистическая проверка статистических гипотез	РД1, РД2, РД3	0	0	2	18	теоретический опрос, лабораторная работа №4, тест 3
7	Элементы корреляционного и регрессионного анализа	РД1, РД2, РД3	0	0	3	19	теоретический опрос, лабораторные работы №5-№6, тест 3
Итого по таблице			4	4	8	127	

4.2 Содержание разделов и тем дисциплины (модуля) для ЗФО

Тема 1 Основные понятия комбинаторики. Случайные события и предмет теории вероятностей. Вероятность события.

Содержание темы: Правила суммы и произведения. Упорядоченные последовательности. Размещения с повторением и без повторения, перестановки и сочетания с повторением и без повторения. Основные понятия теории вероятностей. Понятие события. Достоверное и невозможное события. Алгебра событий: равенство событий, сумма событий, произведение событий, противоположное событие. Диаграммы Эйлера-Венна. Частотное определение вероятности и его свойства. Свойства вероятности события: вероятность противоположного события, вероятность невозможного события, вероятность суммы двух событий. Полная группа событий. Теорема о сумме вероятностей событий, образующих полную группу. Опыт, сводящийся к схеме случаев. Случай, благоприятствующие появлению события. Теорема о вероятности случая в опыте, сводящемся к схеме случаев. Вероятность события в опыте, сводящемся к схеме случаев.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, «Метод кооперативного обучения».

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практическому занятию, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

Тема 2 Зависимые и независимые события. Повторные независимые испытания.

Содержание темы: Условная вероятность. Независимые события. Теоремы умножения вероятностей. Гипотезы по отношению к событию. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Следствие. Формула Пуассона. Простейший поток событий. Свойства простейшего потока. Локальная и интегральная теоремы Муавра - Лапласа. Функции Муавра – Лапласа и их свойства. Таблицы значений функций Муавра – Лапласа. Наивероятнейшее число появлений события

в опыте, сводящемся к схеме случаев. Вероятность отклонения частоты события в опыте, сводящемся к схеме случаев, от вероятности события в единичном испытании.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: самостоятельное изучение темы.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

Тема 3 Случайные величины.

Содержание темы: Определение случайной величины. Спектр случайной величины. Виды случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Характеристические функции. Плотность распределения случайной величины и ее свойства. Функции случайных величин. Независимые случайные величины. Операции над случайными величинами. Числовые характеристики случайных величин. Свойства числовых характеристик случайных величин. Ковариация. Коэффициент корреляции. Нормированная случайная величина. Система двух случайных величин. Многоугольник распределения. Ряд распределения. Формулы для вычисления числовых характеристик. Законы распределения дискретных случайных величин, наиболее часто встречающиеся в математической статистике: геометрическое распределение и его числовые характеристики; гипергеометрическое распределение и его числовые характеристики; распределение Бернулли; биномиальное распределение и его числовые характеристики; распределение Пуассона и его числовые характеристики. Формулы для вычисления числовых характеристик. Законы распределения непрерывных случайных величин: равномерное, показательное распределения и их числовые характеристики. Нормальное распределение. Числовые характеристики нормального распределения. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. Вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от среднего значения. Правило «трех сигм». Распределения Фишера, «хи-квадрат», Стьюдента (t - распределение). Функция надежности. Последовательности случайных величин. Закон больших чисел: неравенство Чебышева, теорема Чебышева, теорема Бернулли, основная предельная теорема. Следствие неравенства Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Цепи Маркова .

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, «Метод кооперативного обучения».

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практическому занятию, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

Тема 4 Основные определения математической статистики.

Содержание темы: Суть математической статистики. Основные задачи курса. Генеральная и выборочная совокупности. Виды выборок. Вариационный ряд, статистический ряд и статистическая совокупность. Статистическое распределение выборки. Полигон. Гистограмма частот, относительных частот. Эмпирическая функция распределения и её свойства. Генеральная средняя, выборочная средняя, генеральная дисперсия, выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Мода, медиана, асимметрия, эксцесс. Моменты эмпирического распределения, связь между ними.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: самостоятельное изучение темы.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, выполнение лабораторной работы, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

Тема 5 Оценки параметров распределения.

Содержание темы: Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Свойства точечных оценок. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной дисперсии. Метод максимального правдоподобия, метод моментов. Доверительные оценки, доверительные вероятности. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднеквадратическом отклонении. Интервальная оценка математического ожидания по малой выборке. Интервальная оценка математического ожидания по большой выборке.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: самостоятельное изучение темы.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, выполнение лабораторной работы, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

Тема 6 Статистическая проверка статистических гипотез.

Содержание темы: Описание гипотез: основная, конкурирующая, простая, сложная. Критерии проверки гипотез и их свойства. Критическая область. Область принятия гипотезы. Право-, лево- и двусторонняя критические области, способы их нахождения. Критические точки. Ошибки первого и второго рода. Критерий согласия. Мощность критерия. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых известны. Проверка гипотезы о нормальном распределении. Критерий согласия Пирсона, критерий Колмогорова.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: самостоятельное изучение темы.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, выполнение лабораторной работы, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

Тема 7 Элементы корреляционного и регрессионного анализа.

Содержание темы: Виды зависимостей, виды корреляции. Основные задачи корреляции. Условные средние. Регрессия. Выбор типа линии регрессии, выравнивающей ломаную линии регрессии. Методы для определения параметров в уравнении выравнивающей линии: метод средних, метод проб, метод выбранных точек, метод наименьших квадратов. Нахождение параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным и несгруппированным данным. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства. Геометрическая интерпретация. Оценка параметров и ошибок наблюдений. Проверка гипотезы об адекватности модели регрессии. Линейная корреляция. Нелинейная корреляция. Получение уравнения методом наименьших квадратов.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: самостоятельное изучение темы.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, выполнение лабораторных работ, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к Итоговому тесту по дисциплине.

5 Методические указания для обучающихся по изучению и реализации дисциплины (модуля)

5.1 Методические рекомендации обучающимся по изучению дисциплины и по обеспечению самостоятельной работы

При реализации дисциплины (модуля) применяется электронный учебный курс, размещённый в системе электронного обучения Moodle.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных контрольных испытаний студенту рекомендуется придерживаться следующего порядка обучения:

- самостоятельно определить объем времени, необходимого для проработки каждой темы;
- регулярно изучать каждую тему дисциплины, используя различные формы индивидуальной работы;
- согласовывать с преподавателем виды работы по изучению дисциплины.

При выполнении индивидуальных домашних заданий необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и др. Решение ИДЗ выполняется подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки.

При выполнении лабораторных работ необходимо обращать внимание на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов по соответствующей теме. В работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале.

Самостоятельность в учебной работе способствует развитию заинтересованности студента в изучаемом материале, вырабатывает у него умение и потребность самостоятельно получать знания, что весьма важно для специалиста с высшим образованием.

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа студента включает следующие виды, выполняемые в соответствии с ФГОС ВО и рабочим учебным планом:

- аудиторная самостоятельная работа студента под руководством и контролем преподавателя на лекции. При проведении практических занятиях применяется «Метод кооперативного обучения»: студенты работают в малых группах (3 – 4 чел.) над индивидуальными заданиями, в процессе выполнения которых они могут совещаться друг к другу. Преподаватель, в свою очередь, наблюдает за работой малых групп, а также поочередно разъясняет новый учебный материал малым группам, которые закончили работать над индивидуальными заданиями по предыдущему материалу;
- внеаудиторная самостоятельная работа студента: изучение теоретического материала, подготовка к аудиторным занятиям (лекция, практическое занятие, коллоквиум, контрольная работа, тестирование, теоретический опрос), дополнительные занятия, текущие консультации по дисциплине.

Контроль успеваемости осуществляется в соответствии с рейтинговой системой оценки знаний студентов. Оценка по дисциплине определяется по 100-бальной шкале как сумма баллов, набранных студентом в результате работы в семестре: обязательными баллами оценивается посещение лекционных занятий, работа на практических (семинарских) занятиях, теоретический опрос, тесты, выполнение контрольных и лабораторных работ, ИДЗ, предусмотренных учебным планом.

Распределение баллов доводится до студентов в начале семестра.

Учебным планом предусмотрены консультации, которые студент может посещать по желанию.

При реализации дисциплины (модуля) применяется электронный учебный курс, размещённый в системе электронного обучения Moodle.

5.2 Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

При необходимости обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов (по заявлению обучающегося) предоставляется учебная информация в доступных формах с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания, консультации и др.

- для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания, консультации и др.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные задания, консультации и др.

6 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю) созданы фонды оценочных средств. Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 1.

7 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература

1. Андрухаев Х. М. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. СБОРНИК ЗАДАЧ 3-е изд., испр. и доп. Учебное пособие для вузов [Электронный ресурс] , 2021 - 177 - Режим доступа: <https://urait.ru/book/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-sbornik-zadach-471081>

2. Болдыревский, П. Б. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику : учебно-методическое пособие / П. Б. Болдыревский, Ю. В. Граница, В. К. Винник. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2022. — 24 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/283037> (дата обращения: 09.09.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Кацман Ю. Я. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ПРИМЕРЫ С РЕШЕНИЯМИ. Учебник для вузов [Электронный ресурс] , 2021 - 130 - Режим доступа: <https://urait.ru/book/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-primery-s-resheniyami-470154>

4. Крылов, В. Е., Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В. Е. Крылов. — Москва : КноРус, 2021. — 391 с. — ISBN 978-5-406-07049-9. — URL: <https://book.ru/book/940781> (дата обращения: 09.09.2025). — Текст : электронный.

7.2 *Дополнительная литература*

1. Гмурман В. Е. РУКОВОДСТВО К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ 11-е изд., пер. и доп. Учебное пособие для вузов [Электронный ресурс] , 2021 - 406 - Режим доступа: <https://urait.ru/book/rukovodstvo-k-resheniyu-zadach-po-teorii-veroyatnostey-i-matematicheskoy-statistike-468330>

2. Гмурман В. Е. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА 12-е изд. Учебник для вузов [Электронный ресурс] , 2021 - 479 - Режим доступа: <https://urait.ru/book/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-468331>

3. Сидняев Н. И. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. Учебник для вузов [Электронный ресурс] , 2020 - 219 - Режим доступа: <https://urait.ru/book/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-449708>

7.3 *Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы (при необходимости):*

1. Информационная обучающая среда «Moodle» (<http://edu.vvsu.ru>)
2. ЭБС Консультант студента (www.studentlibrary.ru)
3. Электронно-библиотечная система "BOOK.ru"
4. Электронно-библиотечная система "ЛАНЬ"
5. Электронно-библиотечная система издательства "Юрайт" - Режим доступа: <https://urait.ru/>
6. Open Academic Journals Index (ОАИ). Профессиональная база данных - Режим доступа: <http://oaji.net/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н.Ельцина (база данных различных профессиональных областей) - Режим доступа: <https://www.prilib.ru/>

8 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

Основное оборудование:

- Мультимедийная трибуна E-Station S
- Проектор № 1 Epson EB-480

Программное обеспечение:

- Microsoft Office Professional Plus 2013 Russian