

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и  
промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОСИСТЕМ**

Направление и направленность (профиль)

01.03.04 Прикладная математика. Интеллектуальный анализ данных

Год набора на ОПОП

2026

Форма обучения

очная

Владивосток 2026

## 1 Перечень формируемых компетенций

Название ОПОП ВО, сокращенное	Код и формулировка компетенции	Код и формулировка индикатора достижения компетенции
01.03.04 «Прикладная математика» (Б-ПМ)	ОПК-2 : Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.2к : Применяет математические методы и модели для решения исследовательских и проектных задач, осуществляет верификацию и валидацию моделей

Компетенция считается сформированной на данном этапе в случае, если полученные результаты обучения по дисциплине оценены положительно (диапазон критериев оценивания результатов обучения «зачтено», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично»). В случае отсутствия положительной оценки компетенция на данном этапе считается несформированной.

## 2 Показатели оценивания планируемых результатов обучения

**Компетенция ОПК-2 «Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем»**

Таблица 2.1 – Критерии оценки индикаторов достижения компетенции

Код и формулировка индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине			Критерии оценивания результатов обучения
	Код рез-та	Тип рез-та	Результат	
ОПК-2.2к : Применяет математические методы и модели для решения исследовательских и проектных задач, осуществляет верификацию и валидацию моделей	РД1	Знание	основных типов математических моделей, описывающие биологические процессы	Правильность и полнота ответов на вопросы по темам изученного материала
	РД2	Умение	обоснованно выбирать, дорабатывать и применять математические методы и модели при исследовании биосистем	Корректность выбора и правильность использования методов и моделей при решении поставленных задач
	РД3	Навыки	построения и анализа моделей биосистем	Самостоятельность решения задач, связанных с исследованием биологических процессов

Таблица заполняется в соответствии с разделом 2 Рабочей программы дисциплины (модуля).

## 3 Перечень оценочных средств

Таблица 3 – Перечень оценочных средств по дисциплине (модулю)

Контролируемые планируемые результаты обучения	Контролируемые темы дисциплины	Наименование оценочного средства и представление его в ФОС		
		Текущий контроль	Промежуточная аттестация	
Очная форма обучения				
РД1	Знание : основных типов математических моделей, описывающие биологические процессы	1.1. Моделирование биологических систем	Собеседование	Тест
		1.5. Модели взаимодействия двух видов	Собеседование	Тест
		1.7. Дискретные по времени модели динамики численности популяции	Собеседование	Тест
		1.8. Дискретные модели с учетом управляющего воздействия	Собеседование	Тест
		1.9. Глобальные модели	Собеседование	Тест
РД2	Умение : обоснованно выбирать, дорабатывать и применять математические методы и модели при исследовании биосистем	1.2. Непрерывные по времени модели динамики численности локальной популяции	Практическая работа	Тест
		1.3. Модели, описываемые системами двух линейных дифференциальных уравнений	Практическая работа	Тест
		1.4. Модели, описываемые системами двух нелинейных автономных дифференциальных уравнений	Практическая работа	Тест
		1.5. Модели взаимодействия двух видов	Практическая работа	Тест
		1.6. Колебания в биологических системах	Практическая работа	Тест
		1.7. Дискретные по времени модели динамики численности популяции	Практическая работа	Тест
		1.8. Дискретные модели с учетом управляющего воздействия	Практическая работа	Тест

РДЗ	Навыки : построения и анализа моделей биосистем	1.3. Модели, описываемые системами двух линейных дифференциальных уравнений	Практическая работа	Тест
		1.4. Модели, описываемые системами двух нелинейных автономных дифференциальных уравнений	Практическая работа	Тест
		1.5. Модели взаимодействия двух видов	Практическая работа	Тест
		1.6. Колебания в биологических системах	Практическая работа	Тест
		1.7. Дискретные по времени модели динамики численности популяции	Практическая работа	Тест
		1.8. Дискретные модели с учетом управляющего воздействия	Практическая работа	Тест

Вид учебной деятельности	Оценочное средство						
	Собеседование	Практическая работа № 1	Практическая работа № 2	Практическая работа № 3	Практическая работа № 4	Экзаменационный тест	Итого
Лекции	10						10
Практические занятия		18	18	18	18		72
Промежуточная аттестация						18	18
Итого	10	18	18	18	18	18	100

#### 4 Описание процедуры оценивания

Качество сформированности компетенций на данном этапе оценивается по результатам текущих и промежуточных аттестаций при помощи количественной оценки, выраженной в баллах. Максимальная сумма баллов по дисциплине (модулю) равна 100 баллам.

Сумма баллов, набранных студентом по всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины, переводится в оценку в соответствии с таблицей.

Сумма баллов по дисциплине	Оценка по промежуточной аттестации	Характеристика качества сформированности компетенции
от 91 до 100	«зачтено» / «отлично»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций, обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, умеет свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

от 76 до 90	«зачтено» / «хорошо»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
от 61 до 75	«зачтено» / «удовлетворительно»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков по некоторым дисциплинарным компетенциям, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
от 41 до 60	«не зачтено» / «неудовлетворительно»	У студента не сформированы дисциплинарные компетенции, проявляется недостаточность знаний, умений, навыков.
от 0 до 40	«не зачтено» / «неудовлетворительно»	Дисциплинарные компетенции не сформированы. Проявляется полное или практически полное отсутствие знаний, умений, навыков.

## 5 Примерные оценочные средства

### 5.1 Примерный перечень вопросов по темам

1. Как математически описывается непрерывная по времени модель динамики численности локальной популяции?
2. Какие классические модели математической экологии, описывающие динамику численности локальной популяции Вам известны?
3. Какая модель описывает неограниченный рост популяции?
4. Запишите решение уравнения модели Мальтуса.
5. Каковы исходные предположения модели Ферхюльста? Охарактеризуйте параметры уравнения Ферхюльста.
6. Сформулируйте принцип Олли.
7. Какие известные Вам модели учитывают принцип Олли?
8. Что такое фазовая плоскость, фазовый портрет?
9. Назовите типы положения равновесия.
10. Как можно исследовать устойчивость стационарных состояний нелинейных систем второго порядка?
11. Сформулируйте теорему Ляпунова об устойчивости.
12. Напишите математическую модель взаимодействия. Что характеризуют параметры уравнений системы?
13. Перечислите типы взаимодействия двух видов.
14. Сформулируйте концепцию оптимального уравновешенного улова.
15. Из каких основных подсистем состоит глобальная система Форрестера?
16. Опишите основные уравнения системы модели «Мир-2».

#### *Краткие методические указания*

Собеседование проводится после изучения соответствующей темы. *Шкала оценки*

Баллы	Описание
10	ответил на большинство вопросов по теме, четко представлял свою позицию, аргументировал точку зрения, оценивал аргументы других студентов, подтверждая знание материала;
7-9	ответил на большую часть вопросов по теме, представлял свою позицию, аргументировал точку зрения, подтверждая знание материала;
2-6	ответил на меньшую часть вопросов по теме, недостаточно четко и аргументировано представлял свою позицию, подтверждая знание материала;
0-1	не ответил полно ни на один вопрос по теме

## 5.2 Примеры тестовых заданий

### 1. Отметить верные утверждения

1) Модель – это материальный или воображаемый объект, который в процессе познания замещает реальный объект, сохраняя при этом его существенные свойства

2) Моделирование – это процесс исследования реального объекта с помощью модели

3) Исходный объект называется при этом прототипом или оригиналом

4) Объектами моделирования биосистем являются биологические процессы разного уровня организации

5) Методами моделирования биосистем служат методы динамической теории систем. Средствами – дифференциальные и разностные уравнения, методы качественной теории дифференциальных уравнений, компьютерная симуляция

### 2. Отметить цели моделирования биосистем

1) Выяснение механизмов взаимодействия элементов системы 2) Идентификация и верификация параметров модели по экспериментальным данным

3) Оценка устойчивости системы (модели)

4) Прогноз поведения системы при различных внешних воздействиях, различных способах управления

5) Оптимальное управление системой в соответствии с выбранным критерием оптимальности

### 3. Выбрать область математической биологии, которая служила

математическим полигоном, на котором "отрабатывались" математические модели в разных областях биологии

1) Модели популяционной динамики

2) Эволюция природы

3) Фотосинтез

4) Синтез белка

### 4. Условно все математические модели биологических систем можно разделить на регрессионные, качественные и имитационные

1) верно

2) неверно

### 5. Регрессионные зависимости – это формулы, описывающие связь различных характеристик системы, не претендуя на физический или биологический смысл этих зависимостей

1) верно

2) неверно

6. Для построения регрессионной модели Недостаточно статистически достоверных наблюдаемых корреляций между переменными или параметрами системы

- 1) верно
- +2) неверно

7. Приведенная ниже формула

$$F = \sum_M w_i [x_e^i - x_i^i(a_1, a_2, \dots, a_n)]^2$$

используется в модели

- 1) регрессии для определения параметров, подлежащих оценке
- 2) имитационной для моделирования более быстрых или более медленных процессов
- 3) в системе дифференциальных уравнений для определения констант интегрирования
- 4) нет правильного ответа

8. Отметить особенности, которые влияют на точность моделирования

- 1) упрощение модели
- 2) ошибки при построении модели
- 3) использование элементов с низкой точностью, с линейной аппроксимацией
- 4) наличие в модели вырожденных конечных элементов
- 5) некорректные начальные и граничные условия

9. Верификация модели (model verification) – проверка ее истинности, адекватности

- 1) верно
- 2) неверно

10. Валидация модели (model validation) – проверка соответствия данных, получаемых в процессе машинной имитации, реальному ходу явлений, для описания которых создана модель.

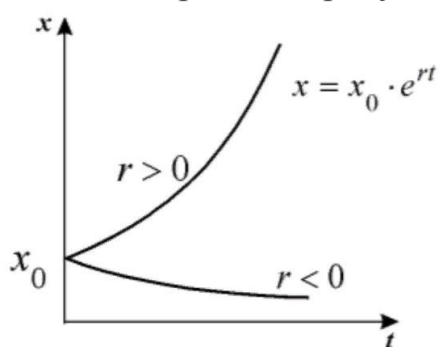
- 1) верно
- 2) неверно

11. Процедура сопоставления того, что сделано (или еще пока делается), с тем, что было задумано (предписано) сделать, т.е. сопоставление законченного или промежуточного результата с входными требованиями – "взгляд назад"- это

- 1) верификация
- 2) валидация

3) вычислительный эксперимент

12. Какая кривая на рисунке соответствует вымирающей популяции

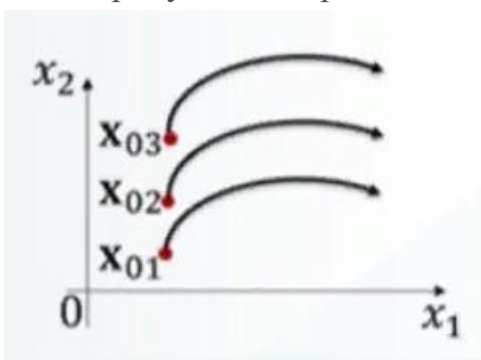


1)  $r > 0$

2)  $r > 0$

3)  $r = 0$

13. На рисунке изображено



a. интегральные кривые

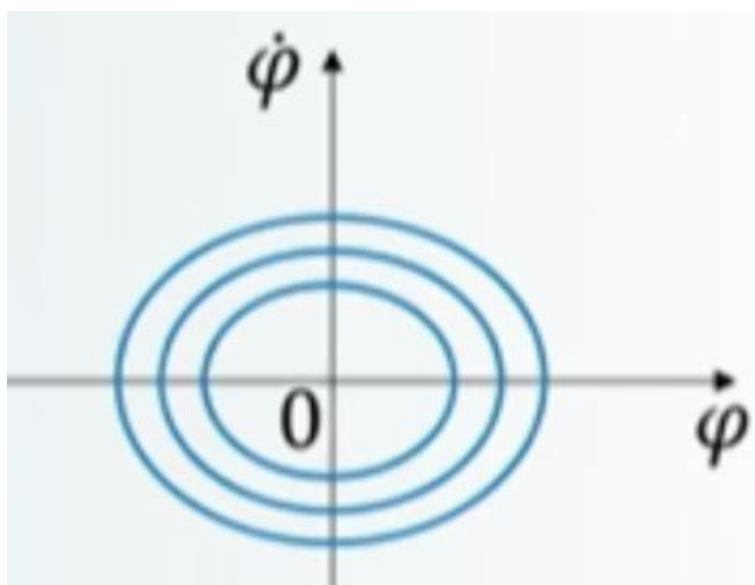
b. фазовая траектория

c. фазовый портрет

d. зависимость координаты от времени

e. нет правильного ответа

14. Три круга в фазовом пространстве математического маятника на рисунке означают



Выберите один или несколько ответов:

- a. фазовый портрет
- b. маятник ускорил движение 3 раза
- c. нет правильного ответа
- d. три степени свободы
- +e. фазовые траектории с разными начальными условиями

15. Число степеней свободы двухатомной молекулы равно (5)

16. Континуальная автономная динамическая система первого порядка на прямой – это система вида

+1)

2)  $x'_t = f(x_t, y_t)$

3)  $x'_t = f(x_t, t)$

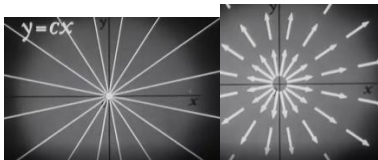
17. Стационарные точки динамической системы  $x'_t = f(x_t)$  являются корнями уравнения

1)  $f(x_t) = 0$

2)  $f(x_t) = C, C \neq 0$

3)  $\partial f / (\partial x_t) = 0$

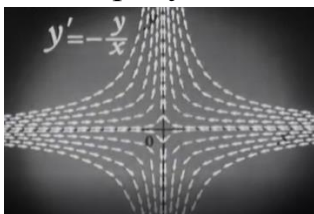
18. На рисунке



изображены изоклины типа

- 1) узел
- 2) центр
- 3) фокус

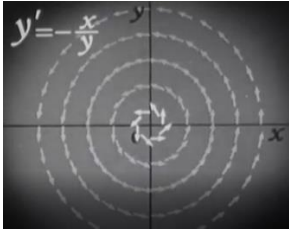
19. На рисунке



изображены изоклины типа

- 1) узел
- 2) седло
- 3) фокус

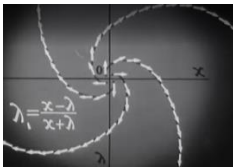
20. На рисунке



изображены изоклины типа

- 1) узел
- 2) центр
- 3) фокус

21 На рисунке



изображены изоклины типа

- 1) узел
- 2) центр
- 3) фокус

22. Динамическая система  $x'_t = x_t^2 - 3x_t + 2$  имеет 2 стационарные точки

- 1)
  - 2)  $x^*_1 = 1$  – репеллер,  $x^*_2 = 2$  – аттрактор
  - 3)  $x^*_1 = 1$  – аттрактор,  $x^*_2 = 2$  – репеллер
- $x^*_1 = 0$  – аттрактор,  $x^*_2 = 1$  – репеллер

23. Реализация некоторой модели производства продукции характеризуется следующими свойствами

- а) ограниченное потребление ресурсов приводит к ограниченному производству продукции;
- б) ограниченное производство продукции не приводит к истощению ресурсов.

О какой модели идет речь?

- 1) Модель Мальтуса
- 2) Модель Ляпунова
- 3) Модель Ферхюльста

24. Реализация некоторой модели производства продукции характеризуется следующими свойствами

- а) неограниченное потребление ресурсов приводит к неограниченному производству продукции;
- б) неограниченное производство продукции приводит к истощению ресурсов.

О какой модели идет речь?

- 1) Модель Мальтуса
- 2) Модель Ляпунова
- 3) Модель Ферхюльста

25. Пусть  $x_t = \varphi(t, x_0), y_t = \omega(t, y_0)$  - траектории (интегральные кривые) некоторой динамической системы

$$\begin{cases} \dot{x}_t = f(x_t, y_t) \\ \dot{y}_t = g(x_t, y_t) \end{cases}$$

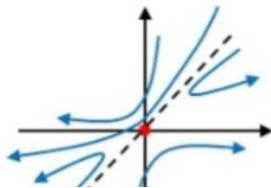
Могут ли кривые пересекаться?

- 1) могут только траектории  $x_t = \varphi(t, x_0)$
- 2) могут только траектории  $y_t = \omega(t, y_0)$
- 3) траектории никогда не пересекаются

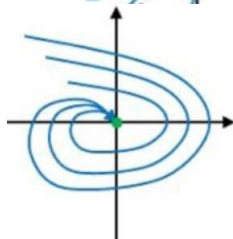
26. Фазовый портрет соответствующей нулевой стационарной точки с типом «седло» изображен

Выберите один ответ

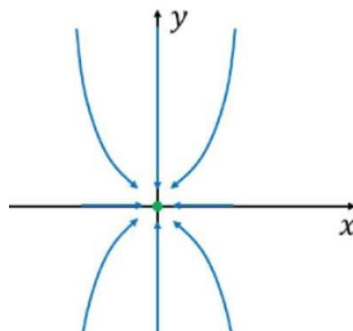
1)



2)



27. На рисунке



изображен портрет динамической системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - x^3 \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

при

- 1)  $a=0$
- 2)  $a>0$
- 3)  $0>a$

28. При вилкообразной бифуркации и при значении параметра  $a>0$  нулевая стационарная точка является

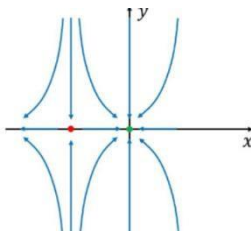
- 1) центром
- 2) устойчивым узлом
- 3) седлом

29. При каких значения система имеет ненулевые стационарные точки?

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha - x^2 \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

- 1)  $a=0$
- 2)  $a>0$

30. На рисунке изображен фазовый портрет динамической системы



$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - x^2 \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

при

- 1)  $a=0$
- 2)  $a>0$
- 3)  $0>a$

31. Динамическая система Лоренца

$$\begin{cases} \dot{x}_t = \sigma(y_t - x_t) \\ \dot{y}_t = rx_t - y_t - x_t z_t \\ \dot{z}_t = -bz_t + x_t y_t \end{cases}$$

является

Выберите один ответ:

- 1) диссипативной
- 2) случайной
- 3) консервативной

32) Валидация

Валидация модели (model validation) – проверка соответствия данных, получаемых в процессе машинной имитации, реальному ходу явлений, для описания которых создана модель

Выберите один ответ

Верно

Неверно

33) Верификация модели (model verification) – проверка ее истинности, адекватности

Выберите один ответ:

Верно

Неверно

34) Модели

Условно все математические модели биологических систем можно разделить на регрессионные, качественные и имитационные

Выберите один ответ:

Верно

Неверно

35) Модели

Для построения регрессионной модели Недостаточно статистически достоверных наблюдаемых корреляций между переменными или параметрами системы

Выберите один ответ:

Верно

Неверно

36) Модели

Регрессионные зависимости - это формулы, описывающие связь различных характеристик системы, не претендующая на физический или биологический смысл этих зависимостей

Выберите один ответ:

Верно

Неверно

### 5.3 Примеры заданий для выполнения практических работ

Тема 2,3,4 Изучение влияния собственной скорости роста на динамику численности популяции. Используя программу RStudio для численного решения ОДУ, постройте кривые роста для трех разных значений скорости роста. Начальная численность:  $x_0 = 10$ . Емкость среды:  $K = 1000$ . Скорость роста:  $r = 0.2, 0.5, 1.0$ . (Масштаб осей:  $t_{\min} = 0, t_{\max} = 50, x_{\min} = 0, x_{\max} = 1500$ .) Зарисуйте три графика в одних координатных осях. Для одного из графиков определите фазы экспоненциального, линейного и стационарного роста. Укажите соответствующие временные интервалы. Для каждого графика определите момент времени, в который скорость роста популяции начинает уменьшаться.

*Краткие методические указания*

Практические работы позволяют определить уровень освоения материала. Перед выполнением работы необходимо ознакомиться с теоретическим

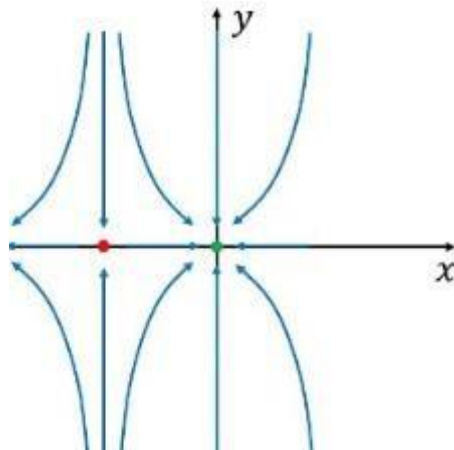
материалом, представленном в презентациях и на лекциях, проработать методы решения задач в RStudio

*Шкала оценки*

Оценки, баллы 2-10, описание

#### 5.4 Итоговый тест

Рисунок отображает фазовый портрет динамической



$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - x^2 \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

системы

при  $\alpha=0$ ,  $\alpha>0$ ,  $\alpha<0$

2. В случае виллообразной бифуркации и при значении параметра  $0 > \alpha$  нулевая стационарная точка является устойчивым узлом седлом центром (выбор ответов)

3. Распределение пользователей микроблоггинговой социальной сети можно представить в виде распределения Больцмана  $N |a\rangle = N |p\rangle \exp[-(I |a\rangle - I |p\rangle )/\theta]$ , в котором  $N |a\rangle$  и  $N |p\rangle$  – число пользователей сети в активном и пассивном состоянии,  $I |a\rangle$  и  $I |p\rangle$  – количество информации, которым обладает пользователи сети в активном и пассивном состоянии,  $\theta$  – параметр, характеризующий среднюю интенсивность стохастических взаимодействий пользователей сети. Если  $I |a\rangle - I |p\rangle \ll \theta$ , то

сеть находится в состоянии устойчивого равновесия

сеть находится в неравновесном состоянии состояние

не определяется (выбор ответов)

*Краткие методические указания*

Тест содержит тестовые задания с выбором одного, или нескольких ответов, вводи числа

*Шкала оценки*

Баллы 100

(за 30 вопросов)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля)  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОСИСТЕМ**

Направление и направленность (профиль)  
01.03.04 Прикладная математика. Интеллектуальный анализ данных

Год набора на ОПОП  
2026

Форма обучения  
очная

Владивосток 2026

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Математическое моделирование биосистем» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика (утв. приказом Минобрнауки России от 10.01.2018г. №11) и Порядком организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утв. приказом Минобрнауки России от 06.04.2021 г. N245).

Составитель(и):

*Клочкова О.И.*

Утверждена на заседании кафедры математики и моделирования от 14.05.2026 ,  
протокол № 8

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой (разработчика)

Галимзянова К.Н.

<b>ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ</b>	
Сертификат	1599657997
Номер транзакции	0000000000F895F7
Владелец	Галимзянова К.Н.

## 1 Цель, планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

Целью изучения дисциплины «Математическое моделирование биосистем» является освоение принципов динамического математического моделирования биологических процессов.

Задачи дисциплины сводятся к изучению математических методов, используемых при моделировании биологических процессов, ознакомление с наиболее важными типами моделей динамики биосистем, моделями теории эволюции и глобальной динамики.

Планируемыми результатами обучения по дисциплине (модулю), являются знания, умения, навыки. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлен в таблице 1.

Таблица 1 – Компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины (модуля)

Название ОПОП ВО, сокращенное	Код и формулировка компетенции	Код и формулировка индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине		
			Код результата	Формулировка результата	
01.03.04 «Прикладная математика» (Б-ПМ)	ОПК-2 : Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.2к : Применяет математические методы и модели для решения исследовательских и проектных задач, осуществляет верификацию и валидацию моделей	РД1	Знание	основных типов математических моделей, описывающие биологические процессы
			РД2	Умение	обоснованно выбирать, дорабатывать и применять математические методы и модели при исследовании биосистем
			РД3	Навык	построения и анализа моделей биосистем

В процессе освоения дисциплины решаются задачи воспитания гармонично развитой, патриотичной и социально ответственной личности на основе традиционных российских духовно-нравственных и культурно-исторических ценностей, представленные в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Целевые ориентиры воспитания

Воспитательные задачи	Формирование ценностей	Целевые ориентиры
<b>Формирование гражданской позиции и патриотизма</b>		
Формирование чувства гордости за достижения России	Жизнь	Внимательность к деталям
<b>Формирование духовно-нравственных ценностей</b>		

Воспитание экологической культуры и ценностного отношения к окружающей среде	Коллективизм	Системное мышление
<b>Формирование научного мировоззрения и культуры мышления</b>		
Формирование осознания ценности научного мировоззрения и критического мышления	Созидательный труд	Гибкость мышления
<b>Формирование коммуникативных навыков и культуры общения</b>		
Формирование навыков публичного выступления и презентации своих идей	Созидательный труд	Стремление к познанию и саморазвитию

## 2 Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина "Математическое моделирование биосистем" относится к базовой части Блока 1 дисциплин учебного плана направления Прикладная математика.

## 3. Объем дисциплины (модуля)

Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу с обучающимися (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу, приведен в таблице 2.

Таблица 2 – Общая трудоемкость дисциплины

Название ОПОП ВО	Форма обучения	Часть УП	Семестр (ОФО) или курс (ЗФО, ОЗФО)	Трудо-емкость (З.Е.)	Объем контактной работы (час)					СРС	Форма аттес-тации	
					Всего	Аудиторная			Внеауди-торная			
						лек.	прак.	лаб.	ПА			КСР
01.03.04 Прикладная математика	ОФО	Б1.Б	4	3	37	18	18	0	1	0	71	3

## 4 Структура и содержание дисциплины (модуля)

### 4.1 Структура дисциплины (модуля) для ОФО

Тематический план, отражающий содержание дисциплины (перечень разделов и тем), структурированное по видам учебных занятий с указанием их объемов в соответствии с учебным планом, приведен в таблице 3.1

Таблица 3.1 – Разделы дисциплины (модуля), виды учебной деятельности и формы текущего контроля для ОФО

№	Название темы	Код ре-зультата обучения	Кол-во часов, отведенное на				Форма текущего контроля
			Лек	Практ	Лаб	СРС	
1	Моделирование биологических систем	РД1	1	0	0	3	собеседование

2	Непрерывные по времени модели динамики численности локальной популяции	РД2	2	2	0	8	собеседование, практическая работа № 1
3	Модели, описываемые системами двух линейных дифференциальных уравнений	РД2, РД3	2	2	0	8	собеседование, практическая работа № 2
4	Модели, описываемые системами двух нелинейных автономных дифференциальных уравнений	РД2, РД3	3	2	0	8	собеседование
5	Модели взаимодействия двух видов	РД1, РД2, РД3	2	2	0	8	собеседование, практическая работа № 3
6	Колебания в биологических системах	РД2, РД3	2	4	0	8	собеседование
7	Дискретные по времени модели динамики численности популяции	РД1, РД2, РД3	2	4	0	8	собеседование, практическая работа № 4
8	Дискретные модели с учетом управляющего воздействия	РД1, РД2, РД3	2	2	0	10	собеседование, практическая работа № 4
9	Глобальные модели	РД1	2	0	0	10	собеседование
<b>Итого по таблице</b>			<b>18</b>	<b>18</b>	<b>0</b>	<b>71</b>	

#### 4.2 Содержание разделов и тем дисциплины (модуля) для ОФО

##### *Тема 1 Моделирование биологических систем.*

Содержание темы: Понятие модели. Объекты, цели и методы моделирования. Специфика математического моделирования живых систем. Современная классификация моделей. Регрессионные, имитационные, качественные модели.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к итоговому тесту.

##### *Тема 2 Непрерывные по времени модели динамики численности локальной популяции.*

Содержание темы: Модели Мальтуса, Ферхюльста-Пирла-Рида. Принцип Олли, модель Бадыкина. Модели Пелла -Томлинсона и Фокса.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практической работе, подготовка к итоговому тесту.

##### *Тема 3 Модели, описываемые системами двух линейных дифференциальных уравнений.*

Содержание темы: Линейные двумерные модели. Фазовая плоскость. Фазовый портрет. Типы положения равновесия: узел, седло, фокус, центр.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практической работе, подготовка к итоговому тесту.

*Тема 4 Модели, описываемые системами двух нелинейных автономных дифференциальных уравнений.*

Содержание темы: Нелинейные двумерные модели. Метод Ляпунова линеаризации систем в окрестности стационарного состояния. Примеры исследования устойчивости стационарных состояний моделей биологических систем. Метод функции Ляпунова.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к итоговому тесту.

*Тема 5 Модели взаимодействия двух видов.*

Содержание темы: Классификация типов взаимодействия. Модели конкуренции, хищник-жертва. Обобщенные модели взаимодействия видов Модель Колмогорова. Модель Базыкина.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практической работе, подготовка к итоговому тесту.

*Тема 6 Колебания в биологических системах.*

Содержание темы: Понятие предельного цикла и автоколебаний. Бифуркация Андронова – Хопфа. Брюсселятор. Ритмическая активность головного мозга.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к итоговому тесту.

*Тема 7 Дискретные по времени модели динамики численности популяции.*

Содержание темы: Общая схема исследования дискретных динамических моделей численности популяции. Теорема Шарковского. Основные модели: модель Мальтуса, Мэя, Риккера.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практической работе, подготовка к итоговому тесту.

*Тема 8 Дискретные модели с учетом управляющего воздействия.*

Содержание темы: Изучение моделей с учетом управления. Постановка задачи оптимального управления. Концепция уравновешенного дохода и проблема устойчивости.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к практической работе, подготовка к итоговому тесту.

*Тема 9 Глобальные модели.*

Содержание темы: Структура и уравнения глобальной модели Форрестера. Исследование влияния управления на модель Форрестера. Модификации модели Форрестера.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к теоретическому опросу, подготовка к итоговому тесту.

## **5 Методические указания для обучающихся по изучению и реализации дисциплины (модуля)**

### **5.1 Методические рекомендации обучающимся по изучению дисциплины и по обеспечению самостоятельной работы**

Для выполнения практических работ необходимо использовать программные средства (Mathcad, Maple, RStudio и т.п.). Изучить методическую документацию по использованию указанных систем.

При выполнении практических работ и домашних заданий необходимо использовать теоретический материал, делая ссылки на соответствующие источники информации, методологии, методики и пр.

### **5.2 Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

При необходимости обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов (по заявлению обучающегося) предоставляется учебная информация в доступных формах с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания, консультации и др.

- для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания, консультации и др.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные задания, консультации и др.

## **6 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю) созданы фонды оценочных средств. Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 1.

## **7 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **7.1 Основная литература**

1. Лобанов, А. И. Математическое моделирование нелинейных процессов : учебник для вузов / А. И. Лобанов, И. Б. Петров. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19854-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561935> (дата обращения: 01.09.2025).

2. Математические методы в биологии: анализ биологических данных в системе Statistica : учебник для вузов / С. Н. Гашев, Ф. Х. Бетляева, М. Ю. Иванова, К. Р. Цицкиева. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 170 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19263-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563012> (дата обращения: 01.09.2025).

3. Ризниченко, Г. Ю. Математические методы в биологии и экологии. Биофизическая динамика продукционных процессов : учебник для вузов / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 409 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19922-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/557337> (дата обращения: 01.09.2025).

4. Ризниченко, Г. Ю. Математическое моделирование биологических процессов. Модели в биофизике и экологии : учебник для вузов / Г. Ю. Ризниченко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 181 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07037-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/584182> (дата обращения: 19.05.2026).

## **7.2 Дополнительная литература**

1. Ключкова О.И., Хорольская И.В. DISPLAY OF SYMPTOVAGUS BALANCE IN THE PAIN TEST//Математическое моделирование и оптимальное управление технологических процессов т.8 ч.2, 2025

2. Лобанов А. И., Петров И. Б. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ. Учебник для вузов [Электронный ресурс] : Москва : Издательство Юрайт , 2022 - 255 - Режим доступа: <https://urait.ru/book/matematiceskoe-modelirovanie-nelineynyh-processov-491085>

3. Ризниченко, Г. Ю. Динамика популяций : учебник для вузов / Г. Ю. Ризниченко. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 46 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15543-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/589074> (дата обращения: 19.05.2026).

## **7.3 Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы (при необходимости):**

1. Образовательная платформа "ЮРАЙТ"
2. Электронно-библиотечная система ЮРАЙТ - Режим доступа: <https://urait.ru/>
3. Open Academic Journals Index (ОАИ). Профессиональная база данных - Режим доступа: <http://oaji.net/>
4. Президентская библиотека им. Б.Н.Ельцина (база данных различных профессиональных областей) - Режим доступа: <https://www.prlib.ru/>
5. Информационно-справочная система "Консультант Плюс" - Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>

**8 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения**

Основное оборудование:

- Мультимедийный комплект №2 в составе:проектор Casio XJ-M146,экран 180\*180,крепление потолочное
- Облачный монитор 23" LG CAV42K
- Облачный монитор LG Electronics черный +клавиатура+мышь
- Усилитель-распределитель Kramer VP-200N 1:2

Программное обеспечение:

- Mathcad
- Python
- RStudio

## 5.2 Примеры тестовых заданий

### 1. Отметить верные утверждения

+1) Модель – это материальный или воображаемый объект, который в процессе познания замещает реальный объект, сохраняя при этом его существенные свойства

+2) Моделирование – это процесс исследования реального объекта с помощью модели

+3) Исходный объект называется при этом прототипом или оригиналом

+4) Объектами моделирования биосистем являются биологические процессы разного уровня организации

+5) Методами моделирования биосистем служат методы динамической теории систем. Средствами – дифференциальные и разностные уравнения, методы качественной теории дифференциальных уравнений, компьютерная симуляция

### 2. Отметить цели моделирования биосистем

+1) Выяснение механизмов взаимодействия элементов системы

+2) Идентификация и верификация параметров модели по экспериментальным данным

+3) Оценка устойчивости системы (модели)

+4) Прогноз поведения системы при различных внешних воздействиях, различных способах управления

+5) Оптимальное управление системой в соответствии с выбранным критерием оптимальности

### 3. Выбрать область математической биологии, которая служила

математическим полигоном, на котором "отрабатывались" математические модели в разных областях биологии

+1) Модели популяционной динамики

2) Эволюция природы

3) Фотосинтез

4) Синтез белка

### 4. Условно все математические модели биологических систем можно разделить на регрессионные, качественные и имитационные

+1) верно

2) неверно

### 5. Регрессионные зависимости – это формулы, описывающие связь различных характеристик системы, не претендуя на физический или биологический смысл этих зависимостей

+1) верно

2) неверно

6. Для построения регрессионной модели Недостаточно статистически достоверных наблюдаемых корреляций между переменными или параметрами системы

1) верно

+2) неверно

7. Приведенная ниже формула

$$F = \sum_M w_i [x_e^i - x_i^i(a_1, a_2, \dots, a_n)]^2$$

используется в модели

+1) регрессии для определения параметров, подлежащих оценке

2) имитационной для моделирования более быстрых или более медленных процессов

3) в системе дифференциальных уравнений для определения констант интегрирования

4) нет правильного ответа

8. Отметить особенности, которые влияют на точность моделирования

+1) упрощение модели

+2) ошибки при построении модели

+3) использование элементов с низкой точностью, с линейной аппроксимацией

+4) наличие в модели вырожденных конечных элементов

+5) некорректные начальные и граничные условия

9. Верификация модели (model verification) – проверка ее истинности, адекватности

+1) верно

2) неверно

10. Валидация модели (model validation) – проверка соответствия данных, получаемых в процессе машинной имитации, реальному ходу явлений, для описания которых создана модель. +1) верно

2) неверно

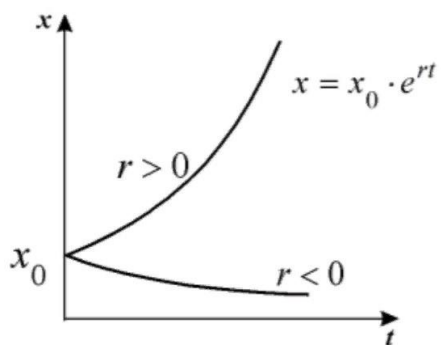
11. Процедура сопоставления того, что сделано (или еще пока делается), с тем, что было задумано (предписано) сделать, т.е. сопоставление законченного или промежуточного результата с входными требованиями – "взгляд назад" - это

+1) верификация

2) валидация

3) вычислительный эксперимент

12. Какая кривая на рисунке соответствует вымирающей популяции

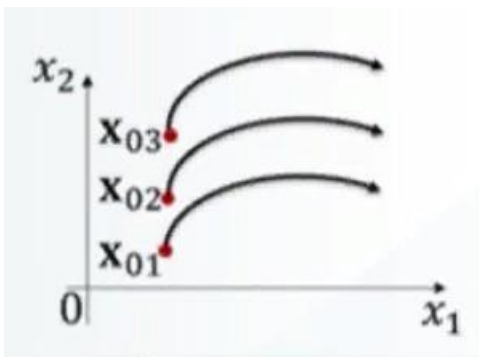


1)  $r > 0$

+2)  $r > 0$

3)  $r = 0$

13. На рисунке изображено



а. интегральные кривые

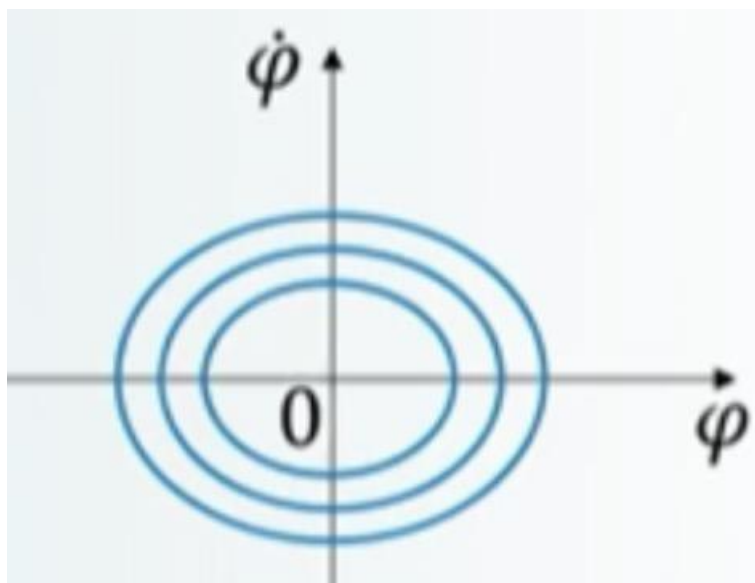
б. фазовая траектория

+с. фазовый портрет

д. зависимость координаты от времени

е. нет правильного ответа

14. Три круга в фазовом пространстве математического маятника на рисунке означают



Выберите один или несколько ответов:

- +а. фазовый портрет
- б. маятник ускорил движение 3 раза
- с. нет правильного ответа
- д. три степени свободы
- +е. фазовые траектории с разными начальными условиями

15. Число степеней свободы двухатомной молекулы равно (5)

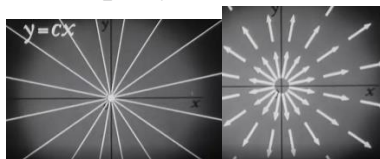
16. Континуальная автономная динамическая система первого порядка на прямой – это система вида

- +1)
- 2)  $x'_t = f(x_t, y_t)$
- 3)  $x'_t = f(x_t, t)$

17. Стационарные точки динамической системы  $x'_t = f(x_t)$  являются корнями уравнения

- +1)  $f(x_t) = 0$
- 2)  $f(x_t) = C, C \neq 0$
- 3)  $\partial f / (\partial x_t) = 0$

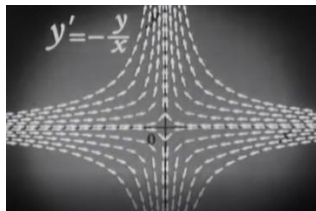
18. На рисунке



изображены изоклины типа

- +1) узел
- 2) центр
- 3) фокус

19. На рисунке



изображены изоклины типа

- 1) узел
- +2) седло
- 3) фокус

20. На рисунке



изображены изоклины типа

- 1) узел
- +2) центр
- 3) фокус

21 На рисунке



изображены изоклины типа

- 1) узел
- 2) центр
- +3) фокус

22. Динамическая система  $x'_t = x_t^2 - 3x_t + 2$  имеет 2 стационарные точки

- 1)  $x^*_1 = 1$  – репеллер,  $x^*_2 = 2$  – аттрактор  
 $x^*_1 = 1$  – аттрактор,  $x^*_2 = 2$  – репеллер  
 $x^*_1 = 0$  – аттрактор,  $x^*_2 = 1$  – репеллер

+2) 3)

23. Реализация некоторой модели производства продукции характеризуется следующими свойствами

- а) ограниченное потребление ресурсов приводит к ограниченному производству продукции;
- б) ограниченное производство продукции не приводит к истощению ресурсов.

О какой модели идет речь?

- 1) Модель Мальтуса 2) Модель Ляпунова
- +3) Модель Ферхюльста

24. Реализация некоторой модели производства продукции характеризуется следующими свойствами

- а) неограниченное потребление ресурсов приводит к неограниченному производству продукции;
- б) неограниченное производство продукции приводит к истощению ресурсов.

О какой модели идет речь? +1) Модель

Мальтуса

2) Модель Ляпунова 3) Модель Ферхюльста

25. Пусть  $x_t = \varphi(t, x_0), y_t = \omega(t, y_0)$  - траектории (интегральные кривые) некоторой динамической системы

$$\begin{cases} \dot{x}_t = f(x_t, y_t) \\ \dot{y}_t = g(x_t, y_t) \end{cases}$$

Могут ли кривые пересекаться?

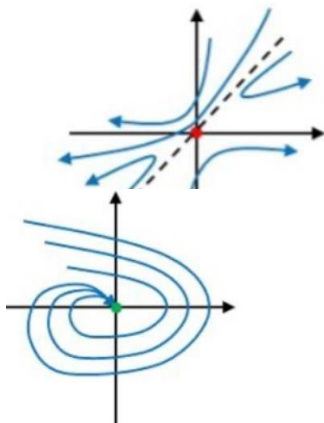
1) могут только траектории  $x_t = \varphi(t, x_0)$

2) могут только траектории  $y_t = \omega(t, y_0)$

+3) траектории никогда не пересекаются

26. Фазовый портрет соответствующей нулевой стационарной точки с типом «седло» изображен

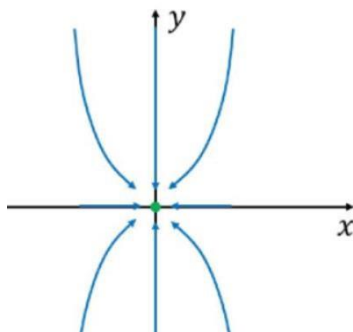
Выберите один ответ



+1)

2)

27. На рисунке



изображен портрет динамической системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - x^3 \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

при

1)  $a=0$

2)  $a>0$

+3)  $0>a$

28. При вилкообразной бифуркации и при значении параметра  $a>0$  нулевая стационарная точка является

+1) центром

2) устойчивым узлом

3) седлом

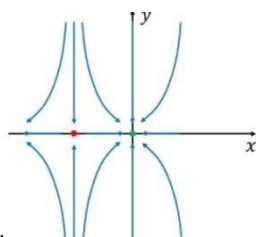
29. При каких значениях система имеет ненулевые стационарные точки?

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha - x^2 \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

1)  $a=0$

+2)  $a>0$

30. На рисунке изображен фазовый портрет динамической системы



$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - x^2 \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

при

3)  $0<a$

1)  $a=0$

2)  $a>0$

+3)  $0>a$

31. Динамическая система Лоренца

$$\begin{cases} \dot{x}_t = \sigma(y_t - x_t) \\ \dot{y}_t = r x_t - y_t - x_t z_t \\ \dot{z}_t = -b z_t + x_t y_t \end{cases}$$

является

Выберите один ответ:

+1) диссипативной

2) случайной

3) консервативной

32)Валидация

Валидация модели (model validation) – проверка соответствия данных, получаемых в процессе машинной имитации, реальному ходу явлений, для описания которых создана модель

Выберите один ответ

Верно

Неверно

33) Верификация модели (model verification) – проверка ее истинности, адекватности

Выберите один ответ:

Верно Неверно

34) Модели

Условно все математические модели биологических систем можно разделить на регрессионные, качественные и имитационные

Выберите один ответ:

Верно

Неверно

35)Модели

Для построения регрессионной модели НЕдостаточно статистически достоверных наблюдаемых корреляций между переменными или параметрами системы

Выберите один ответ:

Верно Неверно

36)Модели

Регрессионные зависимости - это формулы, описывающие связь различных характеристик системы, не претендуя на физический или биологический смысл этих зависимостей

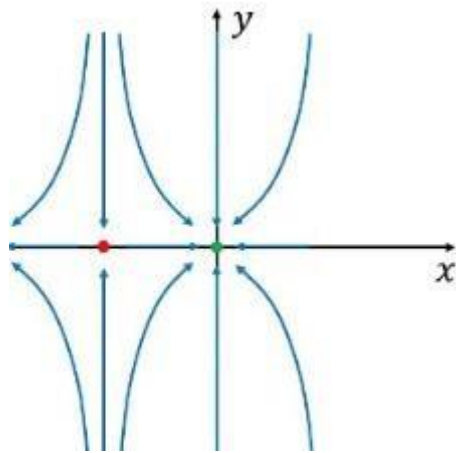
Выберите один ответ:

Верно

Неверно

**5.4 Итоговый тест**

Рисунок                      отображает                      фазовый                      портрет                      динамической



$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - x^2 \\ \dot{y} = -y \end{cases}$$

системы

при  $\alpha=0$ ,  $\alpha>0$ ,  $\alpha<0$

2. В случае виллообразной бифуркации и при значении параметра  $\alpha > 0$  нулевая стационарная точка является устойчивым узлом седлом

центром (выбор ответов)

3. Распределение пользователей микроблоггинговой социальной сети можно представить в виде распределения Больцмана  $N(a) = N(p) \exp[-(I(a) - I(p))/\theta]$ , в котором  $N(a)$  и  $N(p)$  – число пользователей сети в активном и пассивном состоянии,  $I(a)$  и  $I(p)$  – количество информации, которым обладает пользователи сети в активном и пассивном состоянии,  $\theta$  – параметр, характеризующий среднюю интенсивность стохастических взаимодействий пользователей сети. Если  $I(a) - I(p) \ll \theta$ , то

сеть находится в состоянии устойчивого равновесия

сеть находится в неравновесном состоянии

состояние не определяется (выбор ответов)

вопросов)