

Случайные величины

1. **Определение СВ** (Случайной называется величина, которая в результате испытания может принимать то или иное значение, заранее не известное).
2. **Какие бывают СВ?** (Дискретные и непрерывные.
СВ наз. дискретной, если все ее возможные значения изолированы друг от друга и их можно занумеровать.
СВ наз. Непрерывной, если все ее возможные значения заполняют некоторый конечный или бесконечный интервал.)
3. **Чем полностью описывается или характеризуется СВ с вероятностной точки зрения?** (Законом распределения. Законом распределения СВ называется соответствие, устанавливающее связь между возможными значениями СВ и их вероятностями.)
4. **Какие формы закона распределения СВ бывают?** (1.Таблица – простейшая форма закона распределения и носит название ряда распределения СВ. Ряд распределения составляется для дискретной СВ. 2. График . 3. Функция распределения. Функция распределения является наиболее общей формой закона распределения СВ.)
5. **Определение функции распределения СВ.** (Функцией распределения СВ X называют функцию $F(X)$, которая определяет вероятность того, что СВ X в результате испытания принимает значение меньше x , то есть $F(X) = P(X < x)$.)
6. **Формула функции распределения дискретной СВ?** (
$$F(X) = \sum P(X = x_i) = \sum p_i$$
)
7. **Какой вид имеет функция распределения дискретной СВ?** (Ступенчатый и изменяет свои значения скачками. Величины скачков равны соответственно вероятностям $p_1, p_2, \dots, p_n$.)
8. **Формула функции распределения непрерывной СВ?**
(
$$F(X) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$
)
9. **Как называют функцию $f(x)$?** (Плотностью распределения вероятностей. Плотность распределения вероятностей является первой производной от функции распределения, то есть $f(x) = F'(X)$.)
10. **Вероятность попадания непрерывной СВ в промежуток от α до β**
? (Вычисляется по формуле $P(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = F(\beta) - F(\alpha)$, то есть вероятность попадания непрерывной СВ в промежуток от α до β равна определенному интегралу от α до β или равна приращению функции распределения на концах этого промежутка.)
11. **Чему равна вероятность любого отдельного значения непрерывной СВ?** (Равна нулю, то есть $P(X = x_i) = 0$.)
12. **Геометрический смысл вероятности попадания непрерывной СВ в промежуток от α до β или формулы**

$$P(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = F(\beta) - F(\alpha) ?$$
 (Вероятность попадания непрерывной СВ

в промежутке от α до β равна площади криволинейной трапеции, ограниченной кривой $f(x)$ б прямыми $x = \alpha$, $x = \beta$ и осью Ox).

13. **Что является элементом вероятности для непрерывной СВ?** (подынтегральное выражение $f(x)dx$).
14. **Как называют подынтегральное выражение $f(x)dx$?** (Элементом вероятности).
15. **Что выражает подынтегральное выражение $f(x)dx$?** (Это элемент вероятности, который выражает вероятность попадания случайной точки между точками x и $x + \Delta x$, Δx - бесконечно малая величина.)
16. **Какие числовые характеристики СВ знаете?** (Математическое ожидание - $M(X)$; дисперсия - $D(X)$; среднее квадратическое или стандартное отклонение - $\sigma(X)$.)
17. **Основное назначение числовых характеристик?** (В сжатой форме выразить $\sigma(X)$ наиболее существенные особенности закона распределения СВ. О каждой СВ необходимо знать: а) ее некоторое среднее значение, около которого группируются возможные значения СВ ($M(X)$); б) число, характеризующее степень разбросанности этих значений относительно среднего ($D(X)$, $\sigma(X)$).
18. **Математическое ожидание дискретной СВ?** (Определение. Число, равное сумме произведений возможных значений СВ на соответствующие им вероятности, наз. математическим ожиданием дискретной СВ.

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i .)$$
19. **Математическое ожидание непрерывной СВ?** (Математическим ожиданием непрерывной СВ X , возможные значения которой принадлежат $[a, b]$, называют определенный интеграл $M(X) = \int_a^b x f(x) dx$. Если значения непрерывной СВ принадлежат всей оси $(-\infty, +\infty)$, то $M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$ - несобственному интегралу с бесконечным верхним и нижним пределами интегрирования.)
20. **Математическое ожидание СВ является постоянной величиной или случайной?** (постоянной).
21. **Какие числовые характеристики оценивают рассеивание возможных значений СВ вокруг ее среднего значения?** (дисперсия - $D(X)$; среднее квадратическое или стандартное отклонение - $\sigma(X)$.)
22. **Что характеризуют такие числовые характеристики, как дисперсия - $D(X)$ и среднее квадратическое или стандартное отклонение - $\sigma(X)$?** (Рассеивание возможных значений СВ вокруг ее среднего значения).
23. **Вероятностный смысл математического ожидания?** (Математическое ожидание приблизительно равно среднему арифметическому значению наблюдаемых значений СВ.)

24. **Определение дисперсии дискретной СВ?** (Дисперсией или рассеиванием ДСВ X называют математическое ожидание квадрата отклонения СВ от ее математического ожидания - $D(X) = M(X - M(X))^2$.)
25. **Другая формула для нахождения дисперсии ДСВ?** ($D(X) = M(X^2) - M^2(X)$.)
26. **Что характеризует и чему равно среднее квадратическое или стандартное отклонение - $\sigma(X)$?** (Характеризует рассеивание возможных значений СВ вокруг ее среднего значения и равно корню квадратному из дисперсии $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$).
27. **Какова размерность математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения?** (Размерность математического ожидания и среднего квадратического отклонения совпадают с размерностью самой СВ, а размерность дисперсии равна квадрату размерности СВ.)
28. **Формула для вычисления дисперсии непрерывной СВ?**

$$(D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^2 \cdot f(x) dx, \text{ где } M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx .)$$
29. **Законы распределения дискретной СВ?** (Биноминальный закон распределения или распределение Бернулли и распределение Пуассона.).
30. **Определение биномиального закона распределения?** (Биноминальным законом распределения дискретной СВ наз. распределение, вероятности которого вычисляются по формуле Бернулли $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot g^{n-k}$, где n - последовательность независимых испытаний; k - число испытаний, в которых интересующее нас событие A произошло; p - вероятность наступления события A в каждом испытании; $g = 1 - p$ - вероятность не наступления события A в каждом испытании; $P_n(k)$ - вероятность наступления события A ровно k раз.
31. **Почему закон Бернулли называется биномиальным законом распределения?** (Закон распределения Бернулли называется биномиальным, так как формулу для вычисления вероятностей можно рассматривать как общий член разложения бинома Ньютона

$$(p + g)^n = C_n^n \cdot p^n \cdot g^0 + C_n^{n-1} \cdot p^{n-1} \cdot g + \dots + C_n^{n-k} \cdot p^{n-k} \cdot g^k + \dots + C_n^1 \cdot p \cdot g^{n-1} + C_n^0 \cdot p^0 \cdot g^n$$
. Первый член бинома Ньютона определяет вероятность наступления события A , n раз в n испытаниях, т.е. $p_n = C_n^n \cdot p^n \cdot g^0 = p^n$. Второй член определяет вероятность наступления события A $n-1$ раз в n испытаниях, т. е. $p_{n-1} = C_n^{n-1} \cdot p^{n-1} \cdot g$. Предпоследний член определяет вероятность наступления события A , один раз в n испытаниях., т. е. $p_1 = C_n^1 \cdot p \cdot g^{n-1}$. Последний член определяет вероятность того, что событие A не появится ни разу, т. е. $p_0 = C_n^0 \cdot p^0 \cdot g^n = g^n$.)
32. **Параметры биномиального закона распределения?** (Числа n и p называются параметрами биномиального распределения, где n - последовательность независимых испытаний; p - вероятность наступления события A в каждом испытании.)
33. **Числовые характеристики биномиального распределения?** (Математическое ожидание равно произведению параметров биномиального распределения, т. е. $M(X) = n \cdot p$. Дисперсия биномиального распределения

вычисляется по формуле $D(X) = n \cdot p \cdot g$. Среднее квадратическое отклонение $\sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot g}$.

34. **Закон распределения Пуассона?** (Распределением Пуассона наз. закон распределения дискретной СВ, в котором вероятности вычисляются по формуле

$$P_n(k) = \frac{a^k}{k!} \cdot e^{-a}, \text{ где } n - \text{последовательность независимых испытаний; } k - \text{число}$$

испытаний, в которых интересующее нас событие A произошло; $P_n(k)$ - вероятность наступления события A ровно k раз;

$a = np$ - среднее число появлений события A в n испытаниях; p - вероятность наступления события A в каждом испытании.)

35. **Когда используют закон Пуассона для вычисления вероятностей**

p_i ? (Если вероятность появления события A в каждом из n независимых испытаниях мала ($p < 0,1$), а число испытаний велико, то есть имеем редкие и массовые события.)

36. **Числовые характеристики закона распределения Пуассона?**

($M(X) = a = np$; $D(X) = npg$, где p - вероятность наступления события A в каждом испытании; $g = 1 - p$ - вероятность не наступления события A в каждом испытании.)

37. **Законы распределения непрерывной СВ?** (Экспоненциальное или показательное распределение, равномерное распределение, нормальный закон распределения.)

38. **Определение нормального распределения?** (Непрерывная СВ имеет нормальное распределение с параметрами a и σ , если плотность распределения

вероятностей вычисляется по формуле $f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, где $a = M(X)$,

$$\sigma^2 = D(X).$$

39. **Как называют график плотности нормального распределения вероятностей $f(x)$?** (Называют нормальной кривой или кривой Гаусса.)

Замечание. Если $a = 0$, а $\sigma = 1$, то получаем плотность нормированного

нормального распределения $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ - значения этой функции задаются в таблице приложения.)

40. **Вероятность попадания нормально распределенной СВ X в**

заданный промежуток? ($P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$, где a -

математическое ожидание непрерывной СВ, σ - среднее квадратическое

отклонение, функция $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ называется интегральной функцией

Лапласа и ее значения задаются в таблице приложения.)

41. **Написать интегральную функцию Лапласа и ее свойства.** (Функция

вида $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ называется интегральной функцией Лапласа. Свойства

функции Лапласа: 1) $\Phi(0) = 0$; 2) $\Phi(\infty) = 0,5$; 3) $\Phi(x) = -\Phi(-x)$ - симметрична относительно начала координат.)

42. **Вероятность заданного отклонения или вероятность отклонения нормально распределенной СВ X от математического ожидания a по абсолютной величине?** ($P\{|X - a| < \delta\} = 2\phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$ -вероятность отклонения нормально распределенной СВ X от математического ожидания a по абсолютной величине.)
43. **Правило трех сигм?** (Практически достоверно, что отклонение нормально распределенной СВ от ее математического ожидания не превышает утроенного среднего квадратического отклонения, то есть $P\{|X - a| < 3\sigma\} = 2\phi(3) = 0,9973$.)