

Министерство образования и науки Российской Федерации

Владивостокский государственный университет  
экономики и сервиса

---

**Б.Б. ПОТЕХИН  
Е.Ф. ЧУБЕНКО**

## **ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

Лабораторный практикум

Владивосток  
Издательство ВГУЭС  
2010

ББК 34.4я73

П 64

УДК 621.01

Рецензенты: М.Д. Зайцев, канд. техн. наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики ДВГТРУ;  
С.В. Лисиенко, канд. техн. наук, доцент кафедры эксплуатации и управления транспортом ДВГТРУ;  
В.А. Пресняков, канд. техн. наук, доцент кафедры СТЭА ВГУЭС

**Потехин, Б.Б., Чубенко, Е.Ф.**

П 64      ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН [Текст]:  
Лабораторный практикум. – Владивосток: Изд-во  
ВГУЭС, 2010. – 76 с.

Лабораторный практикум предназначен для более глубокого изучения теоретической части дисциплины и практического изучения моделей различных механизмов. Это позволяет студентам ознакомиться на практике с методами нарезания зубчатых колес, определением параметров зубчатых колес и передач, экспериментальными методами определить кинематические характеристики механизмов, изучить вопросы синтеза механизмов.

Для студентов технических специальностей ВГУЭС, изучающих дисциплину «Теория механизмов и машин».

ББК 34.4я73

Печатается по решению РИСО ВГУЭС.

© Издательство Владивостокский  
государственный университет  
экономики и сервиса, 2010

## **ВВЕДЕНИЕ**

Настоящий практикум предназначен для студентов технических специальностей ВГУЭС, изучающих дисциплину «Теория механизмов и машин». При изучении дисциплины будущий инженер получает основные сведения и навыки, необходимые для изучения основ теории механизмов и машин в целом. Это требует выяснения характера работы механизмов и узлов машин, а также изучения возникающих при этом явлений. Особое внимание уделяется кинематическому и структурному анализу, методам синтеза при проектировании механизмов и машин. Часто влияние отдельных факторов на работу механизмов не может быть учтено теоретическим путем, а оценивается либо на основании практики эксплуатации механизмов, либо на основании результатов специально поставленных экспериментов. Отсюда следует, что экспериментальное изучение «Теории механизмов и машин» является неотъемлемой частью данной дисциплины. Для этого должны быть поставлены соответствующим образом лабораторные работы, облегчающие изучение физической сущности работы механизмов и машин и усвоение основных методов их расчета.

Лабораторные работы по дисциплине «Теория механизмов и машин» имеют целью ознакомить студентов с методикой проведения экспериментальных работ, научить студентов системному подходу к проектированию машин и механизмов, нахождению оптимальных параметров механизмов по заданным характеристикам. Разработка тематики и содержания лабораторных работ имела целью освещение узловых вопросов данной дисциплины, особенно тех, которые наиболее трудны для понимания студентов.

Все необходимые для выполнения лабораторных работ формулы приводятся в окончательном виде, без выводов.

В данном практикуме приведены 8 лабораторных работ, содержащих конструкции и описания экспериментальных установок, порядок выполнения работ и контрольные вопросы для защиты. Существенным при выполнении лабораторных работ является точное соблюдение алгоритма их выполнения.

Описания порядка измерений и форма отчета в соответствии с СТО 1.005-2007 по лабораторным работам составлены таким образом, чтобы студенты могли работать на любом приборе из группы универсальных измерительных средств, обладающих точностной характеристикой.

После выполнения студент обязан защитить выполненную работу и сделать соответствующие выводы.

В ходе защиты студент должен показать не только знания практического выполнения работы, но и теоретические знания поставленной проблемы.

Оформление отчета проводится согласно указаниям, изложенным в каждой лабораторной работе.

# **Лабораторная работа № 1**

## **СОСТАВЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ ПОДВИЖНОСТИ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ**

**Цель работы:** изучить порядок построения кинематических схем рычажных механизмов.

Ознакомиться с техникой обмера звеньев механизма. Научиться правильно именовать звенья, пары и весь механизм.

По подсчитанной степени подвижности понять особенности работы механизма [1].

### **1.1. Теоретическая часть**

#### **1.1.1. Классификация механизмов и машин**

**Машина.** По мере развития машин содержание термина «машина» изменялось. Для современных машин дадим следующее определение: машина есть устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов, информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека. В этом определении под материалами понимаются обрабатываемые предметы, перемещаемые грузы и другие объекты труда.

В зависимости от основного назначения (какой вид преобразования преобладает) различают энергетические, технологические, транспортные и информационные машины.

**Энергетические машины** предназначены для преобразования любого вида энергии в механическую (и наоборот).

К ним принадлежат, например, электродвигатели, турбины, двигатели внутреннего сгорания, паровые машины, электрогенераторы.

Машины для преобразования материалов подразделяются на технологические и транспортные.

В **технологических машинах** под материалом подразумевается обрабатываемый предмет, который может быть в твердом, жидком и газообразном виде. Преобразование материала в этих машинах состоит в изменении его размеров, формы, свойств или состояния. Примеры технологических машин: металлообрабатывающие станки, прокатные стяны, ткацкие станки, упаковочные машины.

В **транспортных машинах** под материалом понимается перемещаемый предмет. Примеры транспортных машин: автомобили, тепловозы, самолеты, вертолеты, подъемники, краны, транспортеры. В тех случаях, когда транспортная машина предназначена для перемещения людей, под материалом, конечно, понимается кабина лифта, вагон, шасси автомобиля и т.п.

Машины, предназначенные для получения и преобразования информации, называются *информационными*. Если информация представлена в виде чисел, то информационная машина называется счетной или вычислительной. Примеры счетных машин: арифмометры, механические интеграторы, бухгалтерские машины.

Машина, в которой все преобразования энергии, материалов и информации выполняются без непосредственного участия человека, называется *машиной-автоматом*.

Совокупность машин-автоматов, соединенных между собой автоматическими транспортными устройствами и предназначенных для выполнения определенного технологического процесса, образует *автоматическую линию*.

**Механизм.** Механизм есть система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других твердых тел.

Если в преобразовании движения кроме твердых тел участвуют жидкые или газообразные тела, то механизм называется соответственно *гидравлическим* или *пневматическим*.

Основным признаком механизма является преобразование механического движения.

Одним твердым телом в механизме считается также любая совокупность деталей, не имеющих между собой относительного движения (например детали, лежащие на ленте конвейера).

Твердое тело, входящее в состав механизма, называется *звеном механизма*. Под твердыми телами в теории механизмов и машин понимают как абсолютно твердые, так и деформируемые и гибкие тела.

### 1.1.2. Звенья механизмов, кинематические пары и цепи

**Входные и выходные звенья механизма.** В каждом механизме имеется *стойка*, т.е. неподвижное звено или звено, принимаемое за неподвижное (если механизм установлен на движущемся основании). Из подвижных звеньев выделяют входные и выходные звенья.

*Входным звеном* (сокращенно – *входом*) называется звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев.

*Выходным звеном* (сокращенно – *выходом*) называется звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм. Остальные подвижные звенья называются соединительными или промежуточными.

Обычно в механизме имеются один вход и один выход. Вход получает движение от двигателя, а выход соединяется с рабочим органом машины или указателем прибора. Но могут быть механизмы с несколькими входами и выходами. Например, в механизме для сложения чисел имеют-

ся два входа, перемещения которых пропорциональны слагаемым, и один выход, перемещение которого пропорционально искомой сумме. В автомобильном дифференциале, наоборот, имеется один вход, получающий движение от двигателя, и два выхода, соединенных с задними колесами.

**Кинематическая пара.** Звенья соединяются между собой подвижно. В общем случае звено может образовывать подвижные соединения с несколькими звеньями, но для удобства изучения кинематических свойств этих соединений принято рассматривать соединения двух соприкасающихся звеньев.

*Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев называется кинематической парой.*

Кинематическую пару можно определить также как соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение. В этом определении подчеркивается, что подвижность соединения звеньев состоит в возможности их относительного движения.

**Классификация кинематических пар по числу степеней свободы и числу связей.** Числом степеней свободы механической системы называется *число независимых возможных перемещений системы*.

Для твердого тела, свободно движущегося в пространстве, число степеней свободы равно шести: три возможных перемещения вдоль неподвижных координатных осей и три – вокруг этих осей.

Для звеньев, входящих в кинематическую пару, число степеней свободы в их относительном движении всегда меньше шести, так как условия постоянного соприкосновения звеньев кинематической пары уменьшают число возможных перемещений.

По предложению В.В. Добровольского, все кинематические пары подразделены по числу степеней свободы на *одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижные*.

**Низшие и высшие пары.** Совокупность поверхностей линий отдельных точек звена, по которым оно может соприкасаться с другим звеном, образуя кинематическую пару, называется элементом кинематической пары.

Из определения следует, что кинематическую пару можно рассматривать как совокупность двух элементов, каждый из которых принадлежит одному звену.

*Кинематическая пара, в которой требуемое относительное движение звеньев может быть получено постоянным соприкосновением ее элементов по поверхности, называется низшей парой.*

К низшим парам принадлежат: вращательная поступательная, винтовая, цилиндрическая, сферическая и плоскостная.

*Высшей парой называется кинематическая пара, в которой требуемое относительное движение звеньев может быть получено только соприкосновением ее элементов по линиям и в точках.*

В высших парах соприкасание элементов всегда происходит только по линиям и точкам.

**Кинематические цепи.** Кинематической цепью называется система звеньев, образующих между собой кинематические пары.

Все кинематические цепи подразделяются на плоские и пространственные. В плоской кинематической цепи при закреплении одного из звеньев все другие совершают плоское движение, параллельное одной и той же неподвижной плоскости.

На рисунке 1.1 с применением условных обозначений показаны кинематические цепи, в которых плоское движение получается при параллельности осей всех вращательных пар.

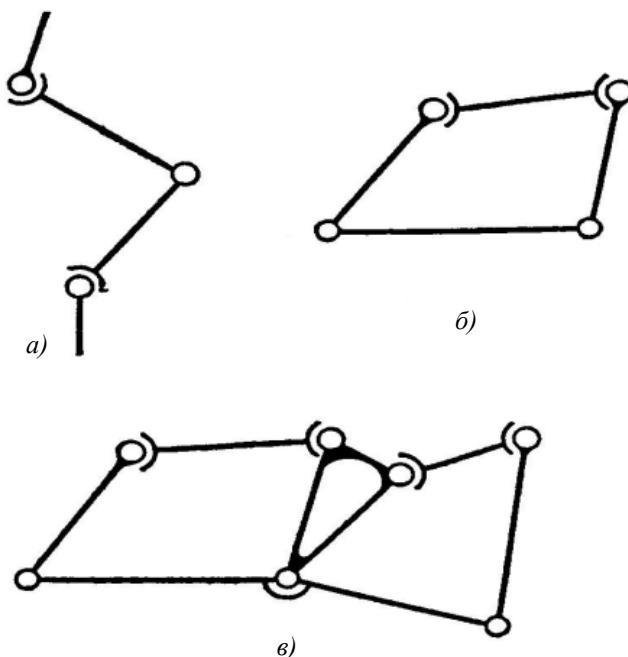


Рис. 1.1. Плоские кинематические цепи:

- а) незамкнутая кинематическая цепь;
- б) одноконтурная замкнутая кинематическая цепь;
- в) многоконтурная замкнутая кинематическая цепь

Кинематическая цепь, звенья которой не образуют замкнутых контуров, называется *незамкнутой* (рис. 1.1, а).

Кинематическая цепь, звенья которой образуют один (рис. 1.1, б) или несколько (рис. 1.1, в) замкнутых контуров, называется *замкнутой*.

Кинематическая цепь входит в состав каждого механизма, составленного только из твердых тел. Однако нельзя утверждать, что механизм всегда образуется из кинематической цепи, так как есть механизмы (например гидравлические), в которых кинематических цепей может и не быть.

**Кинематические соединения.** Кинематическую пару можно рассматривать как двухзвенную незамкнутую кинематическую цепь, предназначенную для воспроизведения требуемого относительного движения звеньев.

Иногда для воспроизведения этого движения конструктивно более удобная (например, более компактная) кинематическая цепь получается при числе звеньев более двух. Кинематическая цепь, конструктивно заменяющая в механизме кинематическую пару, называется кинематическим соединением.

Шарикоподшипник может быть представлен как пример кинематического соединения, которое по сравнению с эквивалентной вращательной парой дает уменьшение трения.

Карданный шарнир представляет собой последовательное соединение двух вращательных пар, оси которых пересекаются. Это соединение проще в изготовлении и надежнее, чем сферическая пара с пальцем.

### 1.1.3. Структурный синтез механизмов

**Число степеней свободы механизма. Структурная формула механизма.** Шесть степеней свободы твердого тела, свободно движущегося в пространстве, можно рассматривать также как шесть независимых координат, определяющих его положение (например, три координаты начала подвижной системы координат, связанной с телом, и три угла Эйлера, определяющие расположение осей подвижной системы координат относительно неподвижной).

Их принято называть *обобщенными*, так как они определяют положение всего твердого тела.

Аналогично, *обобщенными координатами механизма* называют *независимые между собой координаты, определяющие положения всех звеньев механизма относительно стойки*.

Число обобщенных координат механизма равно *числу степеней свободы механизма*, если все связи в кинематических парах геометрические, т.е. налагают ограничения только на положения (координаты) точек звеньев.

Число степеней свободы кинематической цепи зависит от количества звеньев и количества и характера пар, входящих в состав цепи. До включения в кинематическую цепь каждое звено обладает шестью степенями свободы, следовательно, число степеней свободы  $K$  звеньев до их соединения в кинематические пары равно  $6K$ .

Число связей, накладываемых на звенья при их соединении в кинематические пары, зависит от класса пар.

Обозначим число кинематических пар I, II, III, IV, и V классов соответственно через  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$ . Тогда выражение для числа степеней свободы  $W$  кинематической цепи, составленной из  $K$  звеньев, выглядит так:

$$W = 6K - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1. \quad (1.1)$$

Для кинематической цепи, у которой одно из звеньев неподвижно, шесть степеней свободы исключаются, тогда число степеней свободы кинематической цепи относительно неподвижного звена  $W$  будет

$$W = 6(K-1) - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1, \quad (1.2)$$

или

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1, \quad (1.3)$$

где  $n = K-1$  – число подвижных звеньев.

Формула (1.3) называется структурной формулой общего случая для механизмов.

Если звено совершает плоское движение, т.е. такое, при котором все его точки движутся в плоскости, параллельной неподвижной, то число степеней свободы такого звена равно трем, т.е. на три меньше, чем при движении в пространстве.

В этом случае структурная формула примет вид

$$W = (6-3)n - (5-3)P_5 - (4-3)P_4 - (3-3)P_3, \quad (1.4)$$

или

$$W = 3n - 2P_5 - P_4. \quad (1.5)$$

Формула (1.5) называется структурной формулой плоских шарнирных механизмов, получена академиком П.П. Чебышевым в 1869 г. Она связывает степень подвижности механизма с числом его звеньев и пар кинематической цепи.

### **Структурный синтез механизмов.**

*Структурным синтезом механизма* называется *проектирование структурной схемы механизма*, под которой понимается *схема механизма, указывающая стойку, подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение*. Структурная схема может быть представлена или графически с применением условных обозначений звеньев и кинематических пар, или же аналитической записью, допускающей применение ЭВМ.

Для механизмов, в состав которых входят только незамкнутые кинематические цепи, возможные варианты их структурных схем находятся при заданном числе степеней свободы непосредственно по формуле (1.1).

В механизмах с незамкнутыми кинематическими цепями число подвижных звеньев равно числу кинематических пар и формула (1.1) принимает вид

$$W = p_5 + 2p_4 + 3p_3 + 4p_2 + 5p_1, \quad (1.6)$$

т.е. число степеней свободы механизма равно сумме подвижностей кинематических пар.

Для механизмов, в состав которых входят замкнутые кинематические цепи, вначале устанавливают возможные варианты этих цепей, а затем из каждой кинематической цепи получают несколько различных механизмов, принимая поочередно за стойку различные звенья цепи.

Например, для плоских шарнирных механизмов с одной степенью свободы степени свободы определяются по формуле

$$1 = 3n - 2p_5. \quad (1.7)$$

Наименьшее целое число  $n > 1$ , при котором удовлетворяется это уравнение, равно трем ( $p_5 = 4$ ), т.е. механизм должен иметь четыре звена (считая и стойку), которые последовательно соединяются вращательными парами, образуя замкнутую кинематическую цепь.

На рисунке 1.2 показана структурная схема механизма, называемого *шарнирным четырехзвенником*, который образуется из кинематической цепи ABCD, если за стойку принять звено AD.

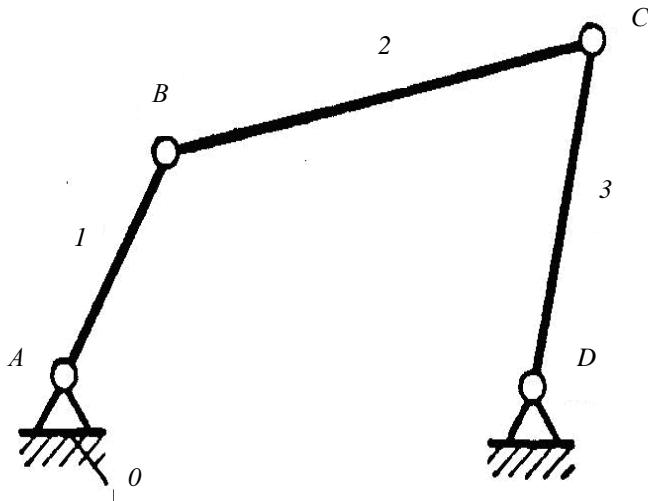


Рис. 1.2. Структурная схема шарнирного четырехзвенника

Из той же кинематической цепи можно образовать еще три механизма, принимая за стойку какое-либо другое звено ( $AB$  или  $BC$ , или  $CD$ ).

Для пространственного механизма, в котором все звенья образуют только вращательные пары с осями, расположенными как угодно в пространстве, степени свободы определяются по формуле

$$1 = 6n - 5p_5. \quad (1.8)$$

Это уравнение в целых числах удовлетворяется при  $n=6$  и  $p_5=7$ , т.е. механизм должен иметь 7 звеньев (считая и стойку), которые последовательно соединяются между собой при помощи вращательных пар, образуя замкнутую семизвенную кинематическую цепь.

Полученные сочетания определяют только числа кинематических пар различной подвижности.

Кроме того, одноподвижная пара может быть вращательной, поступательной, винтовой; двухподвижная пара может быть цилиндрической, сферической с пальцем и т.д.

Полученный механизм называется *пространственным шарнирным семизвенником*. Его структурная схема показана на рис. 1.3.

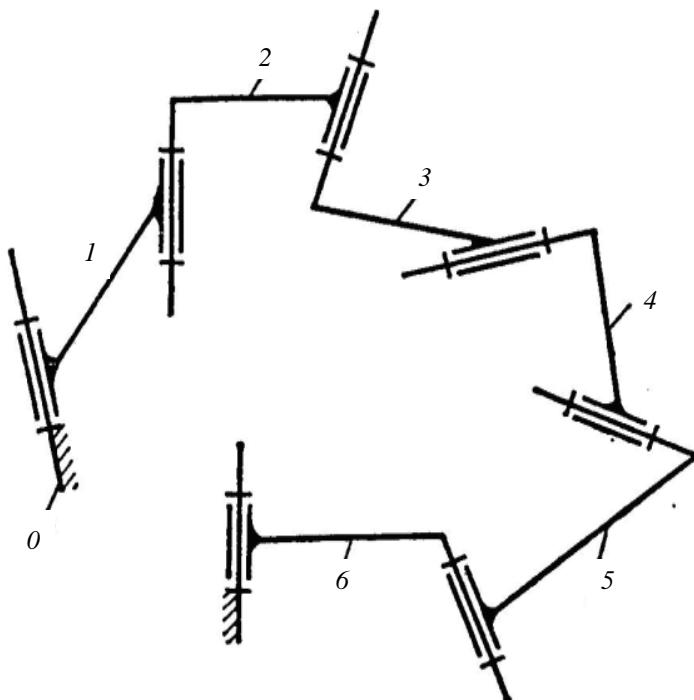


Рис. 1.3. Структурная схема пространственного шарнирного семизвенника

## **Начальные звенья.**

За обобщенные координаты механизма можно взять любые переменные координаты, определяющие положения одного или нескольких звеньев механизма.

*Звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат механизма, называется начальным звеном.*

Происхождение этого термина связано с тем, что определение положений всех звеньев механизма начинается с определения положений начальных звеньев.

## **Образование плоских и пространственных механизмов путем наслаждения структурных групп (групп Ассура).**

Для структурного синтеза многозвездных механизмов с числом звеньев более четырех непосредственный перебор всех возможных вариантов по формулам (1.1) и (1.2) оказывается затруднительным.

В этом случае более удобно находить структурные схемы механизмов путем последовательного наслаждения некоторых кинематических цепей, называемых *структурными группами* или *группами Ассура*.

Принцип этого наслаждения покажем на примере образования плоского шестизвездного шарнирного механизма.

В механизме с одной степенью свободы положения всех звеньев определяются заданием одной обобщенной координаты или, что то же, положением одного начального звена.

На рисунке 1.4, а показано начальное звено 1, которое входит во вращательную пару со стойкой 0.

Число степеней свободы этого звена относительно стойки  $W=1$  (одна обобщенная координата  $\varphi_1$ ). Механизм в целом тоже должен иметь  $W=1$ . Поэтому мы можем присоединять (наслаждать) только такие кинематические цепи, которые удовлетворяют условию  $W=0$ . В нашем случае согласно формуле (2) это условие имеет вид

$$3n - 2p_5 = 0. \quad (1.9)$$

Простейшая кинематическая цепь, удовлетворяющая условию (1.4) при  $n=2$  и  $p_5=3$ , называется *двухпроводковой группой* (рис. 1.4, б). В ней одна из вращательных пар (внутренняя) образуется звеньями группы, а другие две (внешние) образуются после присоединения звеньев группы к каким-либо двум звеньям механизма. В нашем примере присоединение двухпроводковой группы одной внешней парой к начальному звену, а другой – к стойке не изменяет числа степеней свободы, которое остается равным 1. Далее можно присоединить к звену 2 и к стойке 0 вторую двухпроводковую группу, состоящую из звеньев 4 и 5 (рис. 1.4, в). В результате получим шестизвездный шарнирный механизм с  $W=1$  (рис. 1.4, г). Вторую группу из звеньев 4 и 5 можно присоединять также к звеньям 2 и 3. Тогда получится другой тип шестизвездного шарнирного механизма.

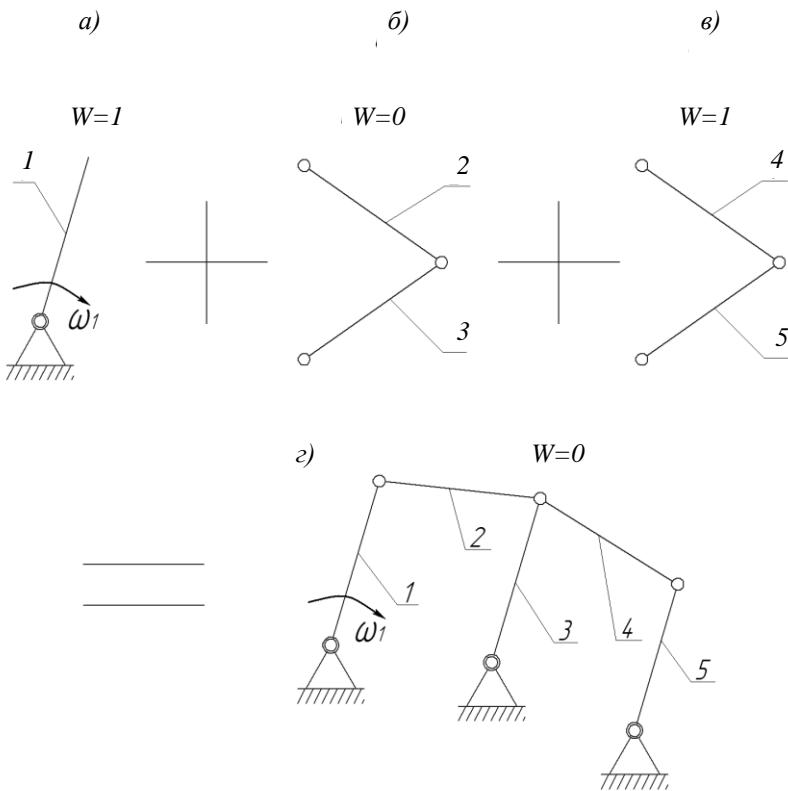


Рис. 1.4. Образование механизмов путем наложения структурных групп:  
 а – исходный механизм (1-го класса); б, в – группы Ассура 2-го класса;  
 г – новый механизм 2-го класса

Теперь можно дать общее определение термина «структурная группа». *Структурной группой называется кинематическая цепь, число степеней свободы которой равно нулю относительно элементов ее внешних пар, причем группа не должна распадаться на более простые кинематические цепи, удовлетворяющие этому условию.* Например, кинематические цепи, состоящие из звеньев 2, 3, 4 и 5 (рис. 1.4), распаиваются на две двухпроводковые группы.

По предложению И. И. Артоболевского, номер класса группы равен числу кинематических пар, входящих в замкнутый контур, образованный внутренними кинематическими парами.

Принцип наложения структурных групп распространяется на все виды механизмов, составленных только из твердых тел. Для плоских

механизмов с одно- и двухподвижными парами структурные группы удовлетворяют условию

$$3n=2P_5+P_4. \quad (1.10)$$

Структурные группы пространственных механизмов удовлетворяют аналогичному условию

$$6n=5P_5+4P_4+3P_3+2P_2+P_1. \quad (1.11)$$

Как плоские, так и пространственные структурные группы используются не только при структурном синтезе, но и при анализе механизмов.

Если стойкой сделать звено, входящее в две вращательные пары, то в механизме будет *кулиса*, т.е. звено, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим подвижным звеном поступательную пару. Соответственно механизм называется *кулисным*.

#### **Пространственные механизмы с низшими парами.**

Если в механизме, звенья которого образуют только вращательные пары, оси всех пар пересекаются в одной точке, то траектории точек звеньев лежат на концентрических сферах и механизм называется *сферическим*.

Структурные свойства этих механизмов во многом аналогичны свойствам плоских механизмов.

На рисунке 1.5, а показана схема четырехзвенного сферического механизма для частного случая, когда оси вращательных пар трех подвижных звеньев пересекаются под углом  $90^\circ$ , а оси, принадлежащие стойке, пересекаются под произвольным углом  $\alpha$ .

Этот механизм, известный под названием *механизма Кардана* (иногда называется также *механизмом шарнира Гука*), служит для передачи вращения между валами, оси которых пересекаются.

При равномерном вращении одного вала другой вращается неравномерно. Этот недостаток устранен в *двойном механизме Кардана* (рис. 1.5, б).

Кроме того, двойной механизм Кардана допускает не только изменение угла между осями валов, но и смещение их по высоте, как это имеет место, например, в автомобиле при передаче вращения к задним колесам (передача через карданный вал).

Предложено также много других пространственных механизмов для передачи вращения между валами, взаимное положение которых во время движения может изменяться. Эти механизмы получили название *универсальных шарниров*.

Для передачи вращения между скрещивающимися осями используются обычно четырехзвенные пространственные механизмы с низшими парами.

К пространственным механизмам с низшими парами относятся также *винтовые механизмы*, в состав которых входят винтовые пары.

Наконец, могут быть плоские и пространственные механизмы с одними поступательными парами.

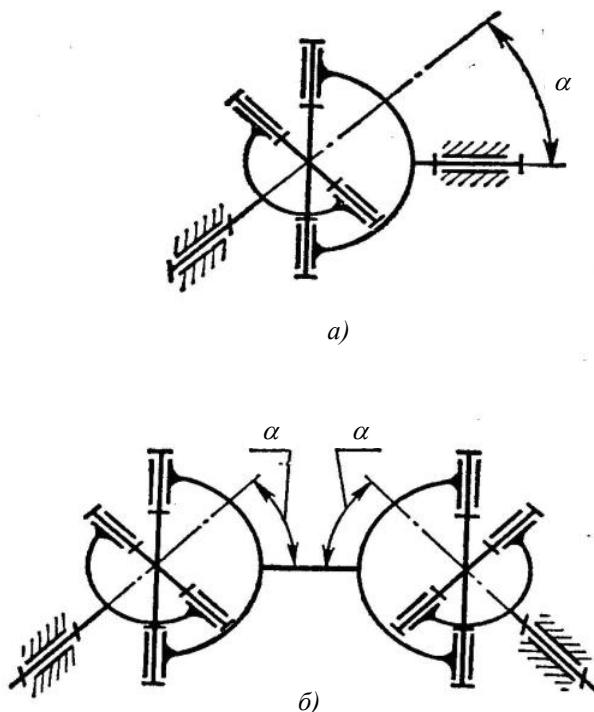


Рис. 1.5. Четырехзвеный сферический механизм:  
а) механизм Кардана; б) двойной механизм Кардана

Элементы поступательных пар в этих механизмах обычно выполняются в виде клиньев, и механизмы называются *клиновыми*.

**Кинематическая схема механизма.** Схема, на которой в условных обозначениях показаны звенья и пары, называется *кинематической схемой механизма*.

Условные обозначения пар и звеньев установлены ГОСТом. Конструктивные особенности деталей, не оказывающие влияние на движение механизма, на кинематической схеме не изображаются.

Кинематическую схему можно рассматривать как своеобразный «скелет», строение которого определяет возможные для данного механизма перемещения его звеньев и законы их движения.

На кинематической схеме указываются геометрические величины, позволяющие определить движение звеньев.

Направление движения входных звеньев отмечается дуговыми стрелками. Большинами буквами латинского алфавита на кинематических схемах обозначают центры шарниров (A, B, C, D, E, F, G, ...).

Нумерация звеньев дается арабскими цифрами.

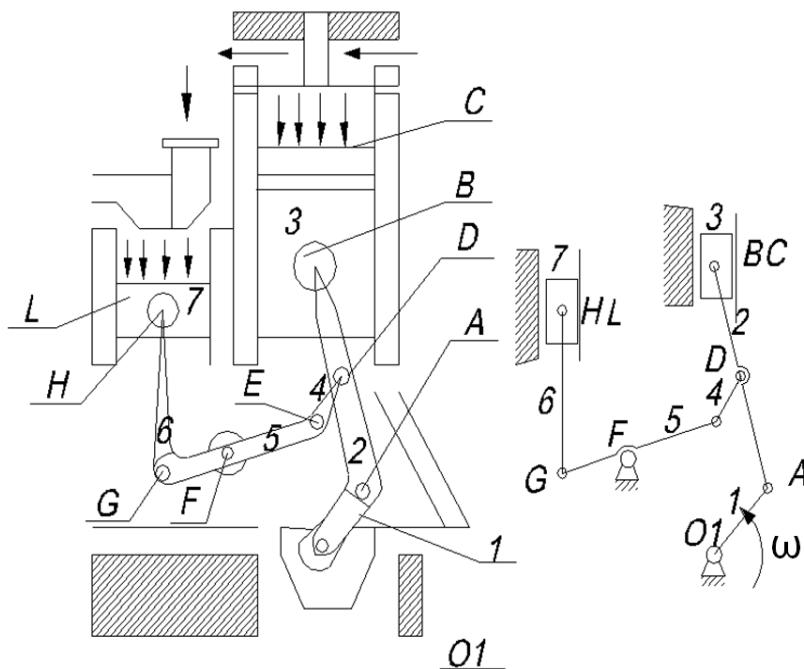


Рис. 1.6. Конструктивная и кинематическая схемы компрессора

Рекомендуется проверять правильность построения кинематических схем путем подсчета числа их степени свободы по формуле (1.12), которую называют формулой Чебышева или *структурной формулой плоской кинематической цепи* (механизма), поскольку она устанавливает зависимость степени подвижности механизма от её структуры (строения).

$$W = 3n - 2P_5 - P_4, \quad (1.12)$$

где  $W$  – степень подвижности механизма;

$n$  – число подвижных звеньев;

$3n$  – число степеней свободы всех звеньев, если бы они не входили в кинематические пары;

$P$  – число пар пятого класса, каждая из которых накладывает на плоский механизм две связи;

$2P_5$  – число связей, накладываемых на механизм парами пятого класса;

$P_4$  – число пар четвертого класса, каждая из которых накладывает одну связь и лишает звенья I  $P_4$  степени свободы.

Бывают случаи, когда формула Чебышева дает значение  $W = 0$ .

В этом случае кроме связей, активно влияющих на степень подвижности механизма, могут быть осуществлены еще так называемые *избыточные связи* (пассивные связи).

Эти связи обычно осуществляют путем включения в состав механизма лишнего звена, образующего лишние кинематические пары с другими его звеньями.

Эти звенья на характер заданного движения не оказывают влияния, а служат для увеличения жесткости конструкции.

При определении степени подвижности механизма избыточные звенья и пары, образованные этими звеньями с другими, учитывать не надо.

Число ведущих звеньев равно степени подвижности механизма.

На рисунке 1.7 дан пример выявления избыточных связей.

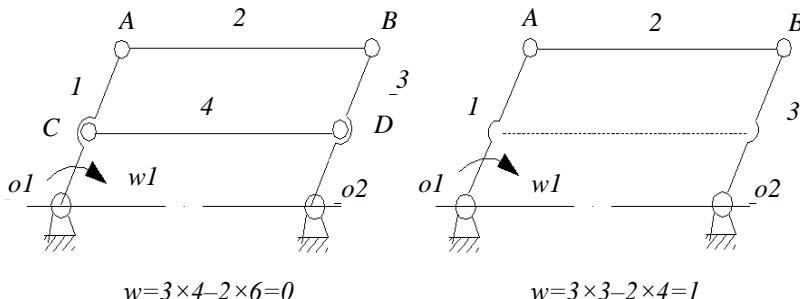


Рис. 1.7. Механизм двойного кривошипа

## 1.2. Практическая часть

### 1.2.1. Составление кинематической схемы

Кинематическая схема должна иметь все параметры, необходимые для кинематического анализа:

- длину звеньев;
- число зубьев зубчатых колёс;
- постоянные углы между плечами звеньев и т.д.

Схема должна быть выполнена в определенном масштабе с точным соблюдением относительного расположения звеньев и кинематических пар.

**Масштабным коэффициентом** называется отношение численного значения физической величины в свойственных её единицах к длине отрезка в мм, изображающего эту величину.

Масштабом длин для кинематической схемы будет отношение какой-либо длины в метрах к отрезку, изображающему эту длину на чертеже в миллиметрах:

$$M_l = \frac{l_{AB}}{AB} \left( \frac{M}{mm} \right). \quad (1.13)$$

В отличие от чертежного масштаба (безразмерной величины) масштаб длин имеет произвольные размерность и величину.

### 1.2.2. Порядок построения кинематической схемы

Имея перед собой модель, необходимо понять характер относительного движения звеньев и его названия, пронумеровать все звенья.

Изучить, какими кинематическими парами соединены звенья, обозначить их.

Составить таблицу кинематических размеров, в которую записать:

- а) расстояние между центрами шарниров, направляющими стойки;
- б) расстояния центров шарниров стойки от направляющих.

Выбрать масштаб.

Построить центры шарниров и направляющие стойки (в выбранной системе координат ХОY).

В качестве примера можно привести рис. 1.8.

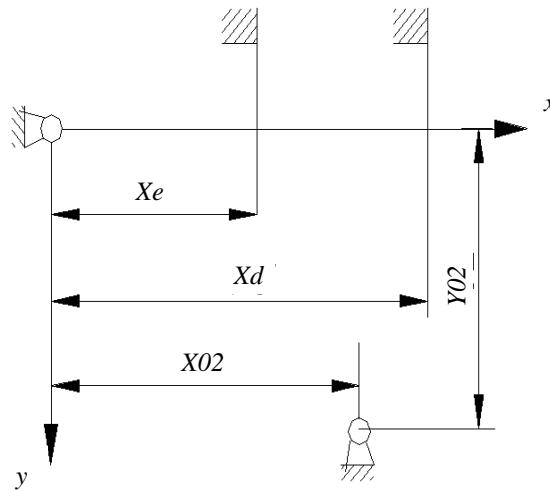


Рис. 1.8. Схема расположения центров шарниров и направляющих

Построить положение ведущих звеньев (задается преподавателем).  
Методом засечек построить положение остальных звеньев (рис. 1.9).

### 1.2.3. Приборы и инструменты

- Макеты рычажных и зубчатых механизмов.
- Штангенциркуль.
- Чертежные принадлежности.

### 1.2.4. Содержание и порядок выполнения работы

1. Дать конструктивную схему заданного рычажного и зубчатого механизмов.
2. Под рисунком дать название механизма и краткое описание его работы.
3. Пронумеровать и измерить звенья, обозначить кинематическую схему.
4. Выполнить построение кинематической схемы.
5. Степень подвижности подсчитать по формуле Чебышева. При получении значения степени подвижности, отличной от единицы, выяснить причину и записать это в виде примечания.

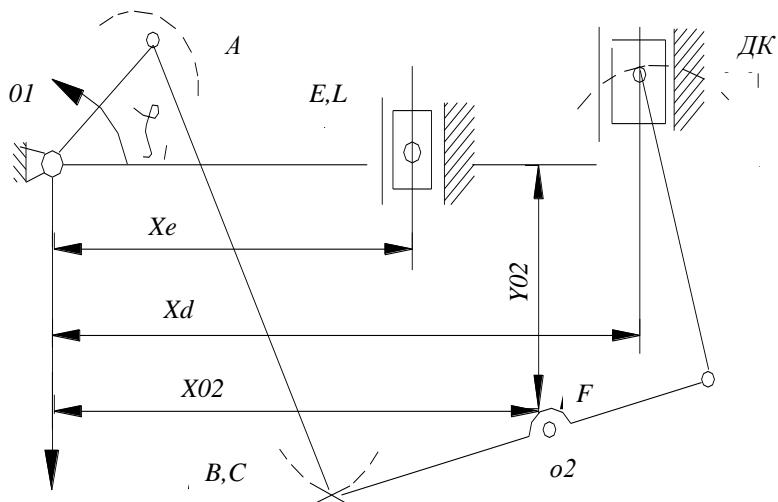


Рис. 1.9. Кинематическая схема механизма,  
построенная методом засечек

### **1.2.5. Протокол отчета**

1. Кинематическая схема.
2. Название механизма.
3. Краткое описание работы.
4. Таблица.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется машиной, механизмом?
2. Какие виды механизмов бывают?
3. Что такое кинематическая схема?
4. Отличие кинематической схемы от конструктивной?
5. Что такое масштабный коэффициент и как он определяется?
6. Формула Чебышева, физический смысл обозначений.

# **Лабораторная работа № 2**

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ**

**Цель работы:** экспериментальное определение коэффициента трения скольжения различных материалов [2].

### **2.1. Теоретическая часть**

#### **2.1.1. Виды трения**

По объекту взаимодействия различают внешние и внутреннее трения. Внешние трения – это противодействие относительному перемещению соприкасающихся тел в направлении, лежащем в плоскости их соприкосновения.

Внутреннее трение – противодействие относительному перемещению отдельных частей одного и того же тела.

По признаку наличия или отсутствия относительного движения различают трение покоя и трение движения. **Трение покоя** (статическое трение) – внешнее трение, при относительном покое соприкасающихся тел. **Трение движения** (кинетическое трение) – внешнее трение, при относительном движении соприкасающихся тел.

По виду относительного движения тел различают: трение скольжения – внешнее трение при относительном скольжении соприкасающихся тел, трение качения – внешнее трение при относительном качении соприкасающихся тел.

По физическим признакам состояния взаимодействующих тел различают: **чистое трение** – внешнее трение при полном отсутствии на трущихся поверхностях каких-либо посторонних примесей; **сухое трение** – внешнее трение, при котором трущиеся поверхности покрыты пленками окислов и адсорбированными молекулами газов и жидкостей, а смазка отсутствует; **гравитационное трение** – внешнее трение, при котором между трущимися поверхностями есть тонкий (порядка 0,1 мкм и менее) слой смазки; **полужидкостное трение** – трение, при котором между трущимися поверхностями есть слой смазки с обычными свойствами; жидкостное трение – трение, при котором поверхности трущихся твердых тел полностью отделены друг от друга слоем жидкости.

#### **2.1.2. Сила трения покоя**

Силой трения покоя называется составляющая полной реакции для трущихся тел, лежащая в общей касательной плоскости к поверхности контакта. Величина этой силы и её направление зависят от внешних

сил, приложенных к трущимся телам, но не могут превышать предельной (полной) силы трения покоя, под которой понимается сила трения покоя, по достижении которой начинается относительное движение трущихся тел.

### 2.1.3. Сила трения скольжения

После достижения предельной силы трения покоя наступает скольжение трущихся поверхностей. Силой трения скольжения называется составляющая полной реакции для трущихся тел, лежащая в общей касательной плоскости к поверхности контакта и направленная в сторону, противоположную их относительному смещению.

Согласно основному закону динамики тело весом  $G$ , положенное на наклонную плоскость, под действием постоянной по величине силы  $F$  будет двигаться равноускоренно в сторону действия силы.

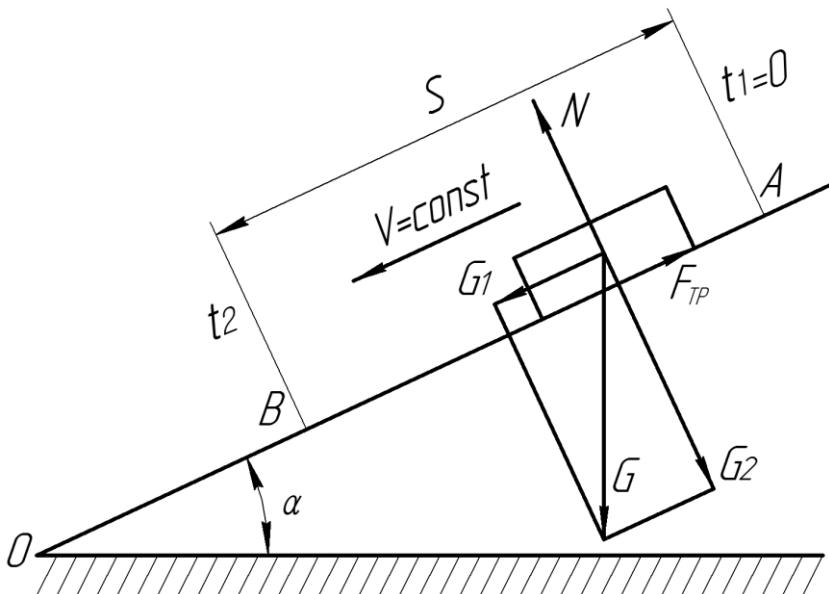


Рис. 2.1. Схема действия сил при скольжении образца по наклонной поверхности

Ускорение движения тела, при постоянном угле наклона плоскости  $\alpha$ , зависит только от коэффициента трения  $F$ . Для схемы на рис. 2.1 сила, сообщая телу ускорение, будет равна

$$F = ma . \quad (2.1)$$

В уравнении (2.1) все силы можно заменить значениями

$$\begin{aligned} F &= ma = \frac{G}{g} - \frac{2S}{t^2}, \\ G_1 &= G \sin \alpha, G_2 = G \cos \alpha, \\ F_{TP} &= fN = fG \cos \alpha. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Подставляя в формулу (2.1) значения сил из уравнения (2.2) и решая затем полученное уравнение относительно  $F$ , получим

$$f = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2S}{gt^2 \cos \alpha}. \tag{2.3}$$

Угол трения в движении определяется из соотношения

$$\alpha = \operatorname{arctg} f. \tag{2.4}$$

## 2.2. Описание установки

Установка ТМ21А состоит из платформы с рабочей длиной поверхности 1400 мм (облегченный швеллер), закрепляемой шарнирно на корпусе, который с помощью трубы и стакана крепится к массивному основанию, покоящемуся на четырех регулируемых по высоте опорах. Платформа может устанавливаться под любым углом от 0° (горизонтальное положение) до 45°.

Отсчет угла наклона платформы производится по шкале и индексу. Наклон платформы производится от руки при открепленных рукоятках. Затем при вращении маховика, при закрепленной рукоятке производится установка платформы на необходимый угол, после чего с помощью рукоятки фиксируется заданное положение платформы.

Винтовой механизм наклона платформы смонтирован внутри корпуса. Горизонтальность рабочей поверхности при нулевой отметке шкалы выверяется по уровню и регулируется с помощью опор.

На боковой поверхности платформы устанавливаются два контакта, которые могут переставляться вдоль неё, для чего предусмотрены резьбовые отверстия с шагом 100 мм.

Контакты блокированы с секундомером, установленным в корпусе. На левом конце платформы имеется ловитель с амортизатором, смягчающим удары образцов в мешке, в который попадают образцы.

## 2.3. Порядок проведения работы

В работе должны быть определены коэффициенты трения для трех пар материалов труящихся тел. Материал наклонной плоскости постоянный – сталь.

1. Ознакомиться с устройством установки для определения коэффициента трения на наклонной плоскости.

2. Подготовить образцы и опорную поверхность к испытанию, т.е. поверхности контакта протереть ветошью, смоченной в бензине.

3. Установить расстояние между контактами на плоскости. Подключить установку к электрической цепи. Стрелку электросекундомера поставить на нулевой отсчет.

4. При определении коэффициентов трения покоя на горизонтально расположенную платформу устанавливается на торец испытуемый образец, после чего при помощи винтового механизма производится медленный наклон платформы до момента начала движения образца. Угол трения определяется по шкале.

5. При определении коэффициента трения скольжения платформа устанавливается под углом большим, чем угол трения (на 3° или 5°). Лепестки контактов опустить вниз. Образец нужно поставить так, чтобы между образцом и контактом было минимальное расстояние (2 мм). Образец освободить, дав ему возможность под действием силы тяжести двигаться по наклонной плоскости вниз.

Снять отсчет времени по секундомеру с точностью до 0,01 секунды и записать в отсчет. Опыт проделать пять раз. По указанной методике провести замеры времени (по пять раз) движения образцов для двух других материалов, и результаты записать в отчет. Для каждой пары материалов вычислить среднеарифметическую величину промежутка времени  $t_{ср}$  и среднеквадратичную ошибку  $\sigma_t$ . При вычислении иметь в виду, что  $\Delta t$  есть разность между измеренными значениями  $t$  и его среднеарифметическим значением. Среднеквадратичную ошибку вычислить по формуле

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum(\Delta t)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum(\Delta t)^2}{20}}, \quad (2.5)$$

где  $n=5$  (пять измерений).

Следуя форме таблицы отчета, вычислить коэффициент трения скольжения. Вычислить ошибки коэффициента трения скольжения, полагая, что величины  $S$ ,  $\alpha$  и  $g$  известны более точно и ошибкой от их влияния не пренебрегают.

## 2.4. Порядок оформления отчета

1. Цель работы.
2. Схема установки и силы, приложенные к образцу.
3. Определение коэффициента трения покоя.
4. Определение коэффициента трения скольжения.
5. Путь движения образца.

6. Угол наклона плоскости.  
 7. Время движения образца.

*Таблица 2.1*

**Измерение времени скольжения образца**

	Пары материалов								
	Сталь – Al			Сталь – Cu			Сталь – сталь		
	$t, c$	$\Delta t, c$	$(\Delta t)^2, c^2$	$t, c$	$\Delta t, c$	$(\Delta t)^2, c^2$	$t, c$	$\Delta t, c$	$(\Delta t)^2, c^2$
1									
2									
3									
4									
5									

*Таблица 2.2*

**Вычисление коэффициента трения**

Пары материалов	$t_{cp}$	$t_{cp}^2$	$\frac{2S}{g \cos \alpha}$	$\frac{2S}{g \cos \alpha \cdot t_{cp}^2}$	$f = tg \alpha - \frac{2S}{g \cos \alpha \cdot t_{cp}^2}$
Сталь – Al					
Сталь – Cu					
Сталь – сталь					

**Контрольные вопросы**

1. В чем физический смысл коэффициента трения скольжения?
2. Какие факторы влияют на величину силы трения?
3. Какие виды трения скольжения различают?
4. Изменится ли величина силы трения, если перемещать бруск по поверхности, положив его сначала на узкую, а потом на широкую грань?
5. Чему должен быть равен угол наклона плоскости, чтобы обеспечить самоторможение?
6. Что такое угол и конус трения?
7. Нужно ли знать величину силы тяжести образца при определении коэффициента трения скольжения при помощи наклонной плоскости?

# Лабораторная работа № 3

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С ПОМОЩЬЮ ИНСТРУМЕНТОВ

**Цель работы:** ознакомление с элементарными способами измерения и расчета основных параметров цилиндрических зубчатых колес эвольвентного профиля [1, 2].

### 3.1. Теоретическая часть

Колеса нарезаны стандартным реечным инструментом. Принятый стандартный исходный производящий контур реечного инструмента изображен на рис. 3.1. Он характеризуется следующими величинами:  $\alpha=20^\circ$ ;  $h_a=1$ ;  $C=0,25$ .

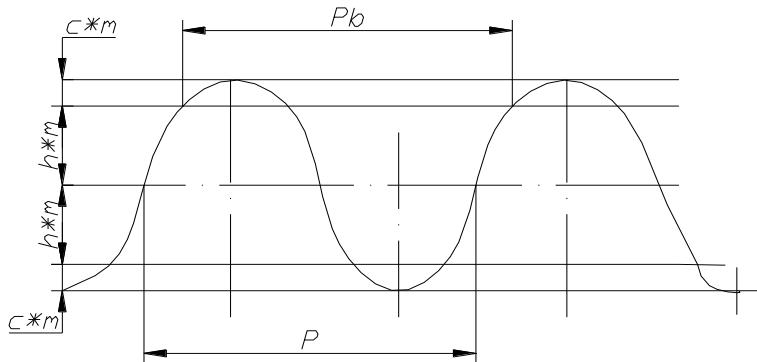


Рис. 3.1. Исходный производящий контур

В результате работы для зубчатых колес следует определить:

- число зубьев –  $Z$ ;
- шаг по основной окружности –  $P_b$ ;
- модуль зубчатого колеса –  $m$  мм;
- толщину зуба колеса –  $S_b$  мм;
- коэффициент смещения исходного производящего контура;
- основные параметры зубчатого колеса.

Для определения  $S_b$  и  $m$  воспользуемся вспомогательными параметрами, замер которых можно произвести с достаточной точностью.

Так, если штангенциркуль установить согласно рис. 3.2, то прямая  $EF$ , проходящая через точки касания щечек штангенциркуля с боковой поверхностью зубьев, будет касательной (точка  $K$ ) к основной окружности колеса, т.к. последняя есть геометрическое место точек центра кривизны эвольвенты:  $\bar{E}\bar{F} = \bar{E}_1\bar{F}_1$ .

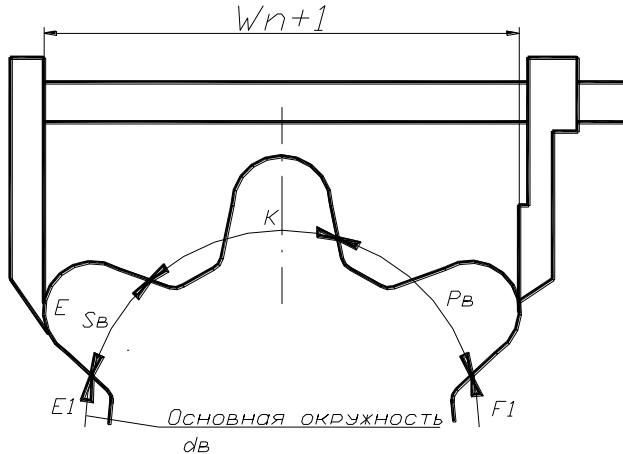


Рис. 3.2. Схема измерения колеса

Отрезки  $W_n$  и  $W_{n+1}$  измеряют непосредственно на колесах. Число зубьев  $n$ , охватываемых штангенциркулем, выбирают так, чтобы щечки штангенциркуля касались профиля зуба, описанного по эвольвенте (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Число зубьев	1–18	19–27	28–36	37–45	46–54
Число охватываемых зубьев	2	3	4	5	6

Для определения шага  $P_B$  по основной окружности, как видно из рис. 3.2, достаточно произвести вычисление отрезков

$$W_{n+1} - W_n = P_B, \quad (3.1)$$

где  $W_n$  – замер при  $n$  зубьях;

$W_{n+1}$  – замер при  $n+1$  зубьях.

Известно, что шаг  $P_B$  можно также определить по формуле

$$P_B = \pi m \cos \alpha_0. \quad (3.2)$$

Решив это выражение относительно модуля  $m$ , получим

$$m = \frac{P_B}{\pi \cos \alpha_0}. \quad (3.3)$$

Полученный результат необходимо сопоставить со стандартными значениями модулей (табл. 3.2).

Таблица 3.2

1 ряд	2 ряд	1 ряд	2 ряд
0,5	–	5	–
–	0,55	–	5,5
0,6	–	6	–
–	0,7	–	7
0,8	–	8	–
–	0,9	–	9
1	–	0	–
–	1,125	–	11
1,25	–	12	–
–	1,375	–	14
1,5	–	16	–
–	1,75	–	18
2	–	20	–
–	2,25	–	22
2,5	–	25	–
–	2,75	–	28
3	–	32	–
–	3,5	–	36
4	–	40	–
-	4,5	–	45

При дальнейшем расчете следует принять стандартное значение модуля, ближайшее к расчетному.

### 3.2. Порядок выполнения работы

1. Подсчитать число зубьев  $Z$ .
2. По таблице 1 подобрать число  $n$  зубьев для замера.
3. Измерить диаметр  $d_a$  окружности вершин.
4. Измерить  $W_n$  и  $W_{n+1}$ .
5. Вычислить шаг  $P_b$  по основной окружности.
6. Определить модуль  $m$ . Результат сравнить с ГОСТом и выбрать ближайший стандартный модуль.

7. Вычислить диаметр окружности вершин  $da$  и сравнить с полученным при измерении.
8. Вычислить толщину  $S_b$  зубьев по основной окружности.
9. Вычислить основные параметры зубчатого колеса.
10. Начертить эскиз зубчатого колеса.
11. Результаты обмера занести в табл.

*Таблица 3.3*

	Диаметр вершин зубьев $da$ , мм	Длина общей нормали	
		$W_n$	$W_{n+1}$
Замер 1			
Замер 2			
Замер 3			
Среднее			

### 3.3. Подсчет параметров зубчатого колеса

*Таблица 3.4*

Величина, подлежащая определению	Обозначение	Расчетная формула	Результат вычислений
Число зубьев	$Z$		
Шаг по основной окружности	$P_b$ , мм		
Модуль зубьев колес	$m$ , мм		
Значение модуля по СТ СЭВ 310-76	$m$ , мм		
Диаметр вершин зубьев	$da$ , мм		
Диаметр впадин зубьев	$df$ , мм		
Диаметр делительной окружности	$d$ , мм		
Толщина зуба по делительной окружности	$S$ , мм		

### Контрольные вопросы

1. Что такое эвольвента?
2. Какой зависимостью связаны шаг зацепления и модуль?
3. Что такое корригированное зубчатое колесо?
4. Сколько рядов модулей предусматривается стандартом?

# Лабораторная работа № 4

## КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

## КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Цель работы:** практическое знакомство с методами анализа закона движения выходного звена кулачкового механизма; определение графиков скорости и ускорения [1].

### 4.1. Теоретическая часть

Отличительное свойство высшей кулачковой пары заключается в её способности преобразовывать скорость толкателя как по величине, так и по направлению без каких-либо промежуточных звеньев. Преимущество в возможности воспроизводить движение выходного звена по любому закону, например с длительными остановками при непрерывном движении ведущего звена.

По характеру движения механизмы подразделяют на пространственные и плоские. В пространственных кулачок обычно имеет форму цилиндра с пазом, в плоских – диска. Прямолинейно движущееся выходное звено называется толкателем (звено 2 рис. 4.1, а), а вращающееся (качающееся) – коромыслом (звено 2 рис. 4.1, б).

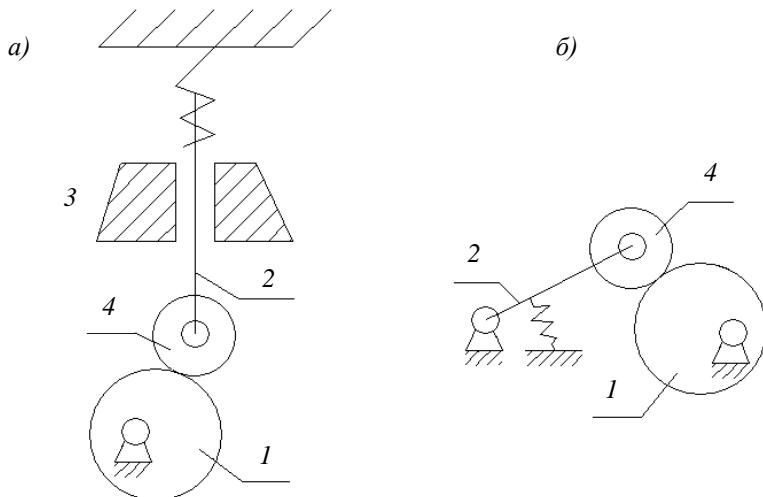


Рис. 4.1. Кулачковые механизмы:  
а) выходное звено – толкатель; б) выходное звено – коромысло

Постоянное соприкосновение в высшей кинематической паре обеспечивается силовым или геометрическим замыканием. Профилем кулачка называется кривая, полученная в сечении плоскостью, перпендикулярной его вращению. Минимальный радиус кулачка – это вектор начальной окружности, соответствует нижнему положению толкателя. Подъём толкателя – разность максимального и минимального радиусов кулачка. При анализе движения звеньев кулачковых механизмов определяется перемещение  $S$ , скорость  $V$ , ускорение  $a$  точек ведомого звена по заданному очертанию профиля кулачка. На практике наибольшее применение получили относительно простые законы движения толкателя, показанные на рис. 4.2.

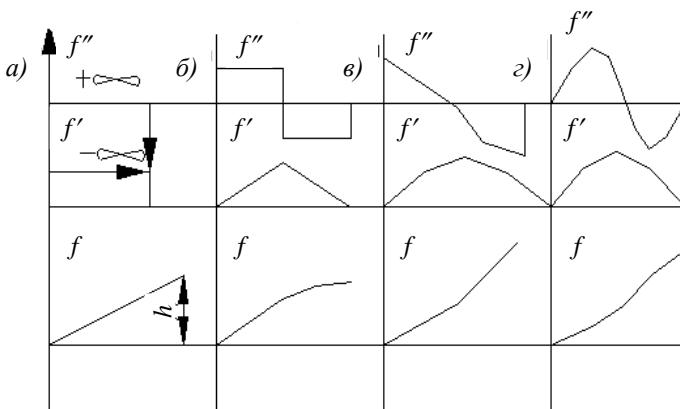


Рис. 4.2. Примеры законов движения толкателя:

- а) закон постоянства скорости;
- б) закон постоянства ускорения;
- в) косинусоидальное ускорение;
- г) синусоидальное ускорение

При линейном законе скорости толкателя (рис. 4.2, а)

$$V = \frac{dS}{dt} = \text{const} \quad (4.1)$$

в начале и конце фазы ускорение равно бесконечности, что проявляется в форме «жесткого» удара.

В точках разрыва кривой ускорений (рис. 4.2, б, в) ускорение и силы инерции изменяются на конечную величину («мягкий» удар).

При плавных кривых изменения ускорений (рис. 4.2, г) удары теоретически отсутствуют.

При анализе закона движения выходного звена кулачкового механизма удобно использовать графики передаточных функций:

- график аналога скорости  $dS/d\varphi$  или  $d\varphi_x/d\varphi$ ;

– график аналога ускорений  $d^2S/d\varphi^2$  или  $d^2\varphi_x/d\varphi$ .

Аналогом скорости точки является первая производная радиуса вектора точки по обобщенной координате

$$S'_i = \frac{dS_i}{d\varphi_1}. \quad (4.2)$$

Аналогом скорости связи со скоростью  $V_i = \frac{dS_i}{dt}$  – соотношение

$$V_i = \frac{dS_i}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{dS_i}{d\varphi_1} \cdot \omega_1, \quad (4.3)$$

где  $\omega_1$  – угловая скорость кулачка.

Аналогом ускорения точки называется вторая производная вектора точки по обобщенной координате механизма

$$S''_i = \frac{d^2S_i}{d\varphi^2}. \quad (4.4)$$

Связь аналога ускорения с ускорением  $a_i = \frac{d^2S_i}{dt^2}$  определяем как

$$a_i = S''_i \cdot \omega_1^2 + S'_i \cdot \varepsilon_1, \quad (4.5)$$

где  $\varepsilon_1$  – ускорение кулачка, если  $\varepsilon_1 = 0$ , то

$$a_i = \frac{d^2S}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2. \quad (4.6)$$

Кинематические передаточные функции не зависят от времени, они определяются только кинематической схемой механизма.

## 4.2. Содержание и порядок выполнения работ

1. Установка состоит из стойки, на которой крепится кулачок.

Отсчет угла поворота осуществляется с помощью лимба, закрепленного на оси. Перемещение толкателя фиксируйте с помощью стрелки по шкале, закрепленной на стойке.

2. Поворачивая кулачок на определенный угол (через 30 град.), фиксируйте показания шкалы толкателя. Вычитая начальное показание шкалы из каждого последующего, получите перемещение толкателя. Данные занесите в табл. 4.1 за полный оборот кулачка на 360 градуса.

3. Выбрав масштаб  $\mu_S(\frac{m}{мм})$  и  $\mu_\varphi(\frac{\text{град}}{мм})$ , постройте диаграмму

перемещений толкателя по углу поворота кулачка  $S = f(\varphi)$  (рис. 4.3, а).

Таблица 4.1

Показатель	1	2	3...
Угол поворота кулачка, град.	0	30	60
Показание шкалы толкателя, мм			
Перемещение толкателя, мм			

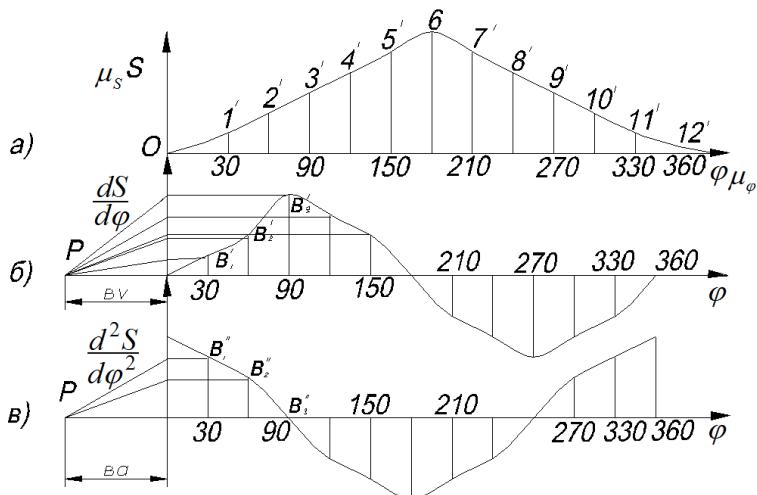


Рис. 4.3. Кинематические диаграммы:

- а) диаграмма перемещений толкателя по углу поворота кулачка;  
б) диаграмма аналога скорости; в) диаграмма аналога ускорений

4. Путем графического дифференцирования постройте диаграмму кинематических передаточных функций  $dS/d\varphi$  и  $d^2S/d\varphi^2$ . Для построения диаграммы  $dS/d\varphi_1$  – аналога скорости (рис. 4.3, б) проведите касательные к каждой точке диаграммы, соответствующие замеряемым углам поворота кулачка. Затем, выбрав произвольный отрезок  $b_V$ , проведите из конца этого отрезка до пересечения с осью ординат линии, параллельные касательным. Полученные таким образом точки перенесите на соответствующие ординаты. Плавная кривая, соединяющая эти точки, и будет диаграмма  $dS/d\varphi_1$  (рис. 4.3, б).

Дифференцируя аналогичным способом кривую  $dS/d\varphi_1$ , легко получить  $d^2S/d\varphi^2$  – диаграмму аналога ускорений (рис. 4.3, в).

5. По диаграмме аналогов скорости и ускорения определение значений скорости и ускорений толкателя возможно с учетом соотношения (2) и (4).

$$\mu_S = \frac{S_{\max}}{y_S(\max)} \left( \frac{m}{mm} \right), \quad (4.7)$$

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{l} \left( \frac{rad}{mm} \right), \quad (4.8)$$

$$\mu_V = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi \cdot bv} \cdot \omega_1 \left( \frac{m/c}{mm} \right), \quad (4.9)$$

$$\mu_a = \frac{\mu_V}{\mu_\varphi^{ba}} \cdot \omega_1^2 \left( \frac{m/c}{mm} \right)^2. \quad (4.10)$$

При данных масштабах графики аналогов скорости и ускорений совпадают с графиком скорости и ускорения.

### **4.3. Протокол отчета**

1. Цель работы.
2. Схема кулачкового механизма.
3. Таблица углов поворота кулачка и показаний шкалы толкателя.
4. Построение диаграммы  $S = f(\varphi)$ .
5. Построение диаграммы  $dS/d\varphi_1, d^2S/d\varphi_1^2$  методом графического дифференцирования.
6. Расчет масштабов.

### **Контрольные вопросы**

1. Классификация кулачковых механизмов.
2. Понятие аналогов скорости и ускорений.
3. Что такое «мягкий» и «жесткий» удар в кулачковых механизмах?
4. Обоснование выбора масштабов.
5. Основные геометрические размеры кулачкового механизма.
6. Постройте угол давления для данной кинематической схемы. В чем состоит явление заклинивания?

# **Лабораторная работа № 5**

## **КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

### **ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ**

**Цель работы:** научиться составлять структурную схему много-звенных зубчатых механизмов и определять их передаточное отношение [1, 2].

#### **5.1. Теоретическая часть**

Многозвенные зубчатые механизмы позволяют обеспечить передачу вращения с большим передаточным отношением или при значительных межосевых расстояниях. Данные механизмы подразделяются на два основных вида: с неподвижными геометрическими осями всех колес и механизмы, в состав которых входят колеса с подвижной геометрической осью.

##### **5.1.1. Зубчатые механизмы с неподвижными осями всех колес**

Структурная схема механизмов составляется в соответствии с ГОСТом и с указанием всех кинематических пар. Степень подвижности такой кинематической цепи будет  $W=1$ .

Основной кинематической характеристикой зубчатой передачи является передаточное отношение

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (5.1)$$

Отношение условных скоростей  $\omega_1/\omega_2$  колес при передаче движения от колеса (1) к колесу (2) также является передаточным отношением.

Отношение числа зубьев большого колеса к числу зубьев меньшего (шестерни) называется передаточным числом –  $U$ . Несложно убедится, что

$$|i_{12}| = U_{12} = \frac{Z_2}{Z_1}. \quad (5.2)$$

Передаточное отношение может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

При внешнем зацеплении колеса вращаются в разные стороны – условно ставят знак минус (рис. 5.1, а), при внутреннем зацеплении и вращении в одну и другую стороны ставят знак плюс (рис. 5.1, б).

Для пространственных передач знак  $U_{12}$  передаточного отношения не ставится, т.к. угловые скорости их не представлены параллельными векторами.

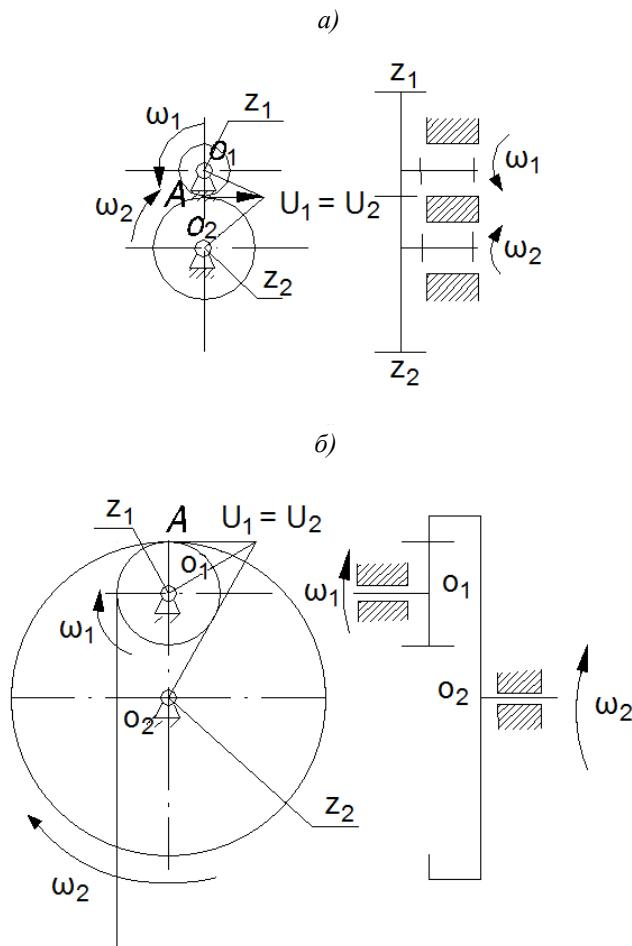


Рис. 5.1. Схема одноступенчатой цилиндрической зубчатой передачи:  
а) внешнего зацепления; б) внутреннего зацепления

В многоступенчатых зубчатых передачах передача угловой скорости осуществляется через промежуточные звенья, которые тоже врашаются относительно оси.

## 5.2. Планетарные механизмы

Зубчатые механизмы, в состав которых входят колеса с подвижной геометрической осью, называются планетарными. Схемы двух типов этих механизмов приведены на рис. 5.2.

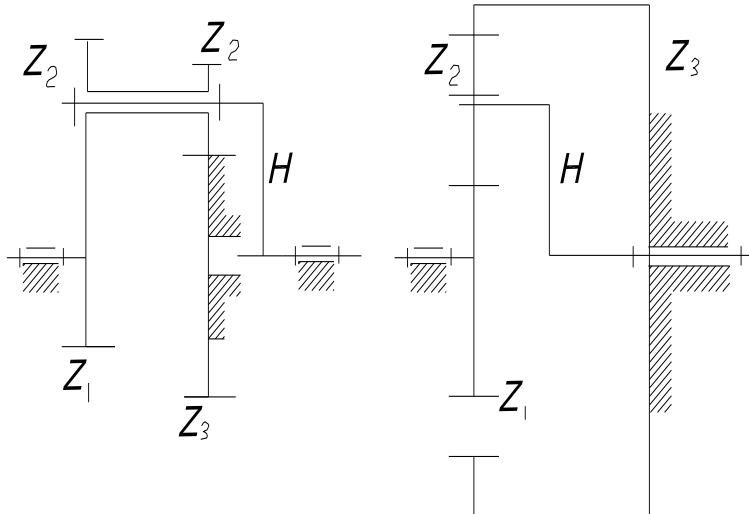


Рис. 5.2. Планетарные механизмы

В состав механизмов входят центральные колеса  $Z_1$  и  $Z_2$ , вращающиеся вокруг неподвижной оси  $O_1$ ; сателлиты – колеса  $Z_2$  и  $Z'_2$ , ось которых вращается на рычаге  $H$ ; водило –  $H$ , который служит для поддержания подвижной оси.

Степень подвижности планетарных механизмов определяется с помощью метода обращения движения. Всем звеньям сообщается угловая скорость, равная по величине и противоположная по направлению угловой скорости водила –  $\omega_H$ . Тогда механизм из планетарного обращается в зубчатый с неподвижными осями колес (обращенный механизм) рис. 5.3.

$$\omega_i - \text{колесо } i : \omega_i - \omega_H = \omega_i^0;$$

$$\omega_j - \text{колесо } j - \omega_H : \omega_j - \omega_H = \omega_j^0;$$

$$\omega_H - \text{водило } H : \omega_H - \omega_H = \omega_H^0 = 0 .$$

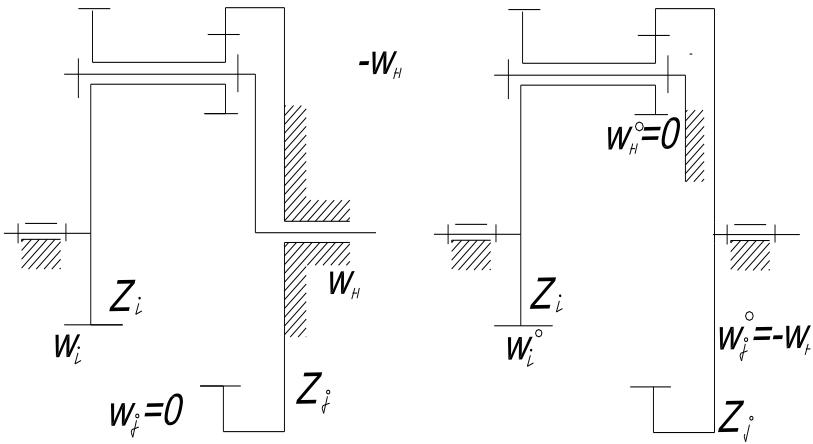


Рис. 5.3. Пример получения обращенного механизма из планетарной схемы

Передаточное отношение от любого планетарного колеса  $i$  к водилу  $H$  при неподвижном опорном колесе  $j$  равно

$$U_{ih}^{(i)} = 1 - U_{ij}^{(n)}, \quad (5.3)$$

где  $U_{ij}$  – передаточное отношение от этого колеса к опорному в обращенном механизме при неподвижном водиле.

Например, для схем на рис. 5.3

$$U_{1h}^{(3)} = 1 - U_{13}^{\prime\prime}, \quad (5.4)$$

где  $U_{13}^{\prime\prime} = U_{12}^{\prime\prime} + U_{23}^{\prime\prime}$ , расчет этих отношений изложен в пункте 5.1.

При передаче движения от водила  $H$  к центральному колесу  $i$  при неподвижном  $j$

$$U_{hi}^{(i)} = 1/U_{in} = \frac{1}{1 - U_{ij}}. \quad (5.5)$$

Передаточное отношение определяется как обратная величина.

Общее передаточное отношение многоступенчатой передачи равно произведению частных передаточных отношений отдельных ступеней, образующих данную схему:

$$i_m = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} \cdot \dots \cdot i_{(n-1)n}. \quad (5.6)$$

Для определения числа ступеней в многозвенной передаче можно использовать правило: число ступеней равнозначно числу неподвижных осей минус единица.

На схеме (рис. 5.4, б) колеса  $Z_m$  и  $Z_k$  находятся на одной оси и являются одним звеном, т.е.  $i_{mk} = 1$ .

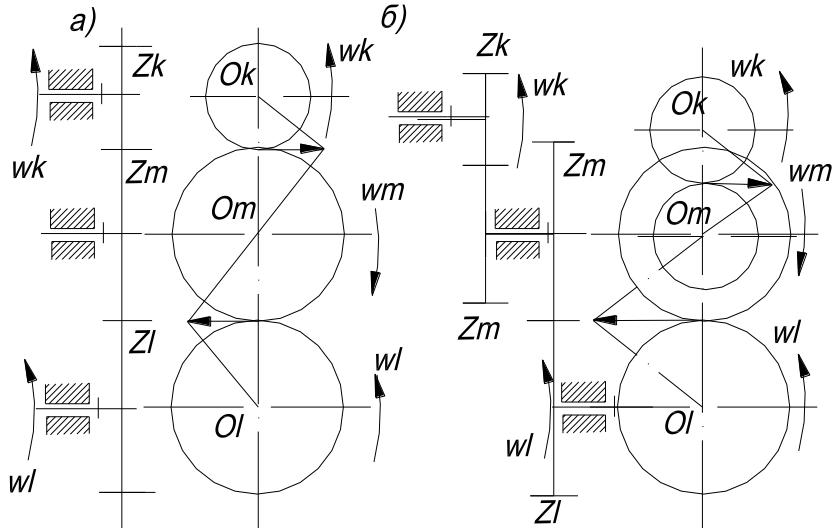


Рис. 5.4. Многоступенчатые зубчатые передачи:

- а) с одним колесом на промежуточном валу;
- б) с двумя колесами на промежуточном валу

Общее передаточное отношение для зубчатого механизма при  $n$  колесах и  $k$  внешних зацеплений будет

$$U_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^k \cdot i_{12} \cdot i_{34} \dots \cdot i_{(n-1)n}. \quad (5.7)$$

После подстановки чисел зубьев

$$U_{1n} = (-1)^k \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot \dots \cdot z_n}{z_1 \cdot z_3 \cdot \dots \cdot z_{(n-1)}}. \quad (5.8)$$

Знак у общего числа  $U_{1n}$  показывает направление вращения ведущего ( $z_1$ ) и ведомого ( $z_n$ ) колес.

Для схем с данным последовательным соединением

$$U_{1n} = (-1)^k \cdot \frac{Z_n}{Z_1}. \quad (5.9)$$

Если зубчатый механизм состоит из разного типа передач (рис. 5.5, б), то знак определяется по правилу стрелок: при внешнем зацеплении стрелки, показывающие направление скорости в точке контакта, направлены в разные стороны.

Передаточное отношение для конической и винтовой передач определяется по формуле:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (5.10)$$

Передаточное отношение червячной передачи следует считать как

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (5.11)$$

где  $z_1 = k$  – число заходов червяка, т.е. количество винтовых витков;

$z_2$  – число зубьев червячного колеса.

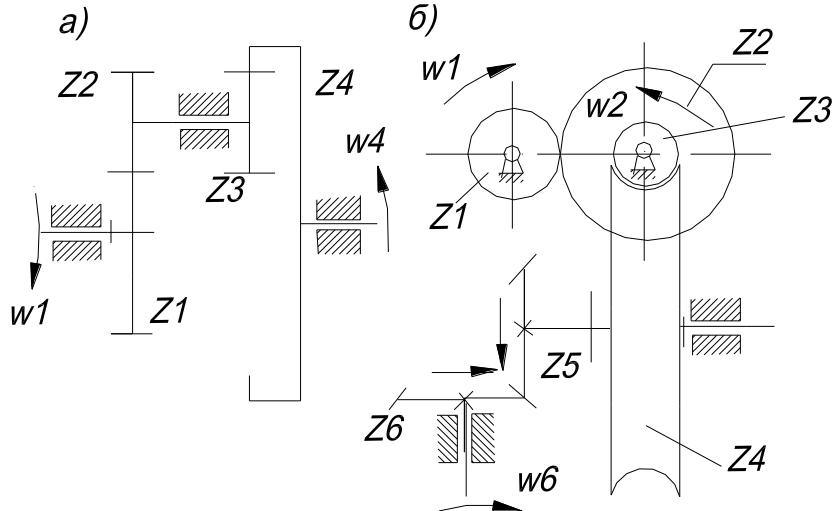


Рис. 5.5. Пример расчета передаточного отношения:

- а) плоская схема зубчатого механизма;
- б) пространственная схема зубчатого механизма

### **5.3. Порядок выполнения работы**

1. Ознакомиться с конструкцией механизма, составить его кинематическую схему, подсчитать число зубьев на зубчатых колёсах.
2. Подсчитать число подвижных звеньев, кинематических пар, по формуле Чебышева определить число степеней свободы ( $W$ ).
3. Расчленить механизм на ступени, установить расчетные формулы для определения передаточных отношений для каждой ступени и общее передаточное отношение механизма для различных случаев закрепления звеньев.
4. Подсчитать передаточное число от водила к сателлиту и от центрального колеса к сателлиту для планетарной ступени.
5. Оформить протокол по прилагаемой форме.

### **5.4. Протокол отчета**

1. Кинематическая схема редуктора.

*Таблица 5.2*

Номера колес	Число звеньев

2. Число степеней свободы редуктора.
3. Передаточные отношения ступеней редуктора.

*Таблица 5.3*

Номер ступеней	Обозначение передаточного отношения ступеней	Формула и расчет

4. Общее передаточное отношение редуктора.
5. Передаточное отношение от водила к сателлиту.
6. Передаточное отношение от центрального колеса к сателлиту.

### **Контрольные вопросы**

1. Какова цель кинематического анализа зубчатых механизмов?
2. Что характеризует передаточное отношение?
3. Назовите основные звенья планетарного редуктора.
4. В чем принципиальное отличие редуктора от мультипликатора?
5. Роль водило в планетарном редукторе.
6. Для каких типов механизмов применима формула Чебышева?

# Лабораторная работа № 6

## УРАВНОВЕШИВАНИЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ МАСС

**Цель работы:** практическое освоение методики уравновешивания вращающихся масс, выявление необходимости балансировки вращающихся деталей [1, 2].

### 6.1. Теоретическая часть

Частоты вращения в современных машинах достигают величин  $200\ 000 \frac{1}{\text{мин}}$  и более. С увеличением скорости растет производительность машин, однако вместе с тем растут и ускорения отдельных звеньев машин, а следовательно, увеличиваются и силы инерции, которые при больших оборотах могут превосходить силу веса вращающегося звена в сотни тысяч раз, причем действуют они не в одном каком-то направлении, а вращаются вместе со звеном.

Неуравновешенные силы инерции вызывают сильную вибрацию машин, дополнительные напряжения почти во всех ее звеньях, преждевременный износ, а порой (при резонансе) аварии и поломки. Поэтому необходимо производить уравновешивание вращающихся масс, чтобы уничтожить вредное действие сил инерции. Сила инерции определяется по формуле

$$P_U = mr_3\omega^2, \quad (6.1)$$

где  $P_U$  – сила инерции, Н;

$m$  – масса тела, кг;

$\omega$  – угловая скорость вращения, рад/с;

$r_3$  – расстояние центра масс от оси вращения, м;

$\omega^2 r_3$  – центральное ускорение общего центра масс вращающейся системы относительно геометрической оси вращения вала  $\text{м/с}^2$ .

Звено (вал вместе со всеми деталями, закрепленными на нем) считается динамически уравновешенным, если силы, действующие на него, создают постоянное давление на опоры, т.е. его силы инерции не оказывают давление на опоры и на станину машины. Поэтому необходимо, чтобы главный вектор  $\bar{P}_U$  и главный момент  $\bar{\mu}_U$  сил инерции были равны нулю в любой момент движения.

$$\bar{P}_U = 0. \quad (6.2)$$

Иногда ограничиваются выполнением только условия (6.2), которое равносильно условию постоянства положения центра масс звена или условию расположения центра масс на оси вращения звена. Распределение массы вращающегося звена, приводящее его центр масс на ось вращения, называется статическим уравновешиванием вращающегося звена.

Статическое уравновешивание достаточно только для звеньев, имеющих малую протяженность вдоль оси вращения (например шкивы, маховики и т.п.). Для звеньев другой формы (например для валов) должны быть выполнены оба условия уравновешенности звена (2). Распределение масс вращающегося звена, устраниющее давление от сил инерции этого звена на стойку, называется полным (иногда динамическим) уравновешиванием вращающегося звена.

### 6.1.1. Статическое уравновешивание нескольких масс

Так как противовес вращается с той же угловой скоростью  $\omega$ , что и заданная масса, то в определении массы противовеса угловая скорость не участвует. Это значит, что уравновешивание можно производить при любой скорости вращения вала.

Если условие (6.2) не выполнено, то звено называется статически неуравновешенным и за меру статической неуравновешенности или статического дисбаланса принимают статический момент звена относительно оси вращения.

$$\Delta = mr_S. \quad (6.3)$$

Пусть на одном валу вращается несколько масс (рис. 6.1, а и 6.2, б)  $m_1, m_2$  и  $m_3$ . Чтобы уравновесить их статически, подсчитываем статические дисбалансы каждой массы

$$\begin{aligned} \Delta &= m_1 r_1, \\ \Delta &= m_2 r_2, \\ \Delta &= m_3 r_3. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Откладываем найденные статические дисбалансы геометрически (рис. 6.1, в). Замыкающая многоугольника статических дисбалансов по величине и направлению будет служить вектором статического дисбаланса противовеса, уравновешивающего систему статически

$$\Delta_C = m_C r_C. \quad (6.5)$$

Задавая расстояние  $r_C$ , определяем массу противовеса  $m_C$  (или, наоборот, задавая массу, найдем  $r_C$ ).

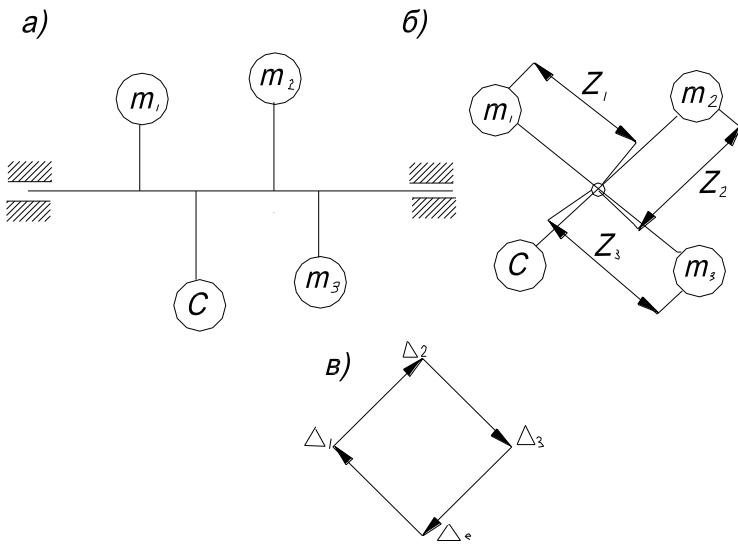


Рис. 6.1. Схема определения статического дисбаланса:  
а), б) примеры статических дисбалансов плоских масс;  
в) многоугольник статических дисбалансов

### 6.1.2. Динамическая неуравновешенность

Требуется произвести динамическое уравновешивание. Рассмотрим два способа.

1-й способ. Пусть заданы несколько вращающихся в разных плоскостях масс  $m_1, m_2$  и  $m_3$  (рис. 6.2, а и б). Подсчитываем статические дисбалансы всех заданных масс по формулам (6.4). Левее всех заданных масс наметим произвольную точку Е (в дальнейшем в этой точке будет помещен противовес). От плоскости вращения каждой массы до точки Е измеряем расстояние  $l_i$  и подсчитываем моменты всех дисбалансов относительно точки Е

$$\begin{aligned} M_1 &= \Delta_1 l_1, \\ M_2 &= \Delta_2 l_2, \\ M_3 &= \Delta_3 l_3. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Эти моменты изображаем векторами, причем направления векторов параллельны направлениям дисбалансов в плоскости, перпендикулярны к оси вращения (рис. 6.2, б). Складываем геометрически все моменты, т.е. строим многоугольник моментов (рис. 6.2, в), замыкающая  $M_d$  этого многоугольника и будет моментом (относительно точки Е),

которым должен обладать противовес  $\Delta$ , уравновешивающий систему динамически.

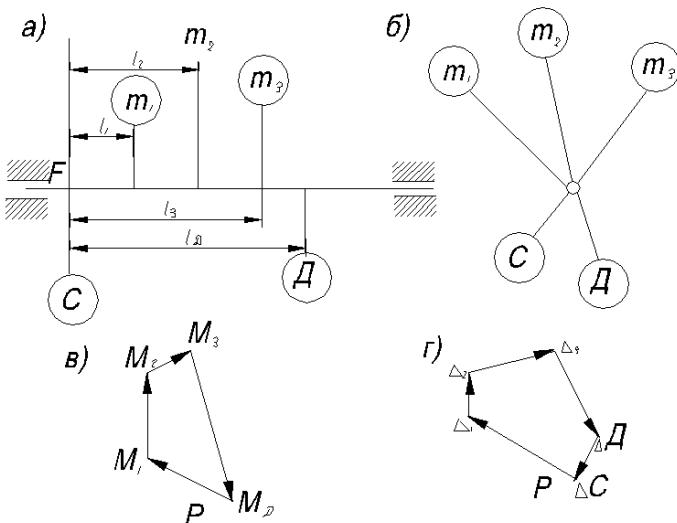


Рис. 6.2. Динамическое уравновешивание (1 способ):  
а), б) задание нескольких вращающихся в разных плоскостях масс;  
в) многоугольник моментов; г) многоугольник дисбалансов

Задавая плечо  $l_d$  (рис. 6.2), определяем дисбаланс:

$$\Delta_d = \frac{M_d}{l_d}. \quad (6.7)$$

Задавая массу  $M_d$  противовеса  $\Delta$ , определяем  $r_d$

$$r_d = \frac{\Delta_d}{m_d}. \quad (6.8)$$

Наносим противовес  $\Delta$  на обе проекции. Теперь система уравновешена динамически, т.е. главный момент от сил инерции равен нулю.

Чтобы уравновесить систему статически, строим многоугольник дисбалансов (рис. 6.2, г) и замыкаем его. Замыкающая и будет представлять собой дисбаланс  $\Delta_c$  противовеса, уравновешивающего систему статически.

Задавая массу  $m_c$ , определяем расстояние

$$r_c = \frac{\Delta_c}{m_c}. \quad (6.9)$$

Для того, чтобы противовес не нарушал динамическую уравновешенность, помещаем его в плоскости, проходящей через точку Е (рис. 6.2, а).

2-й способ. Пусть дано несколько вращающихся в разных плоскостях масс  $m_1, m_2$  и  $m_3$  (рис. 6.3, а и б). Подсчитаем дисбалансы всех заданных масс по формуле (6.4). Выбираем две плоскости 1 и 2 по правилу разложения силы по двум направлениям, параллельным силе.

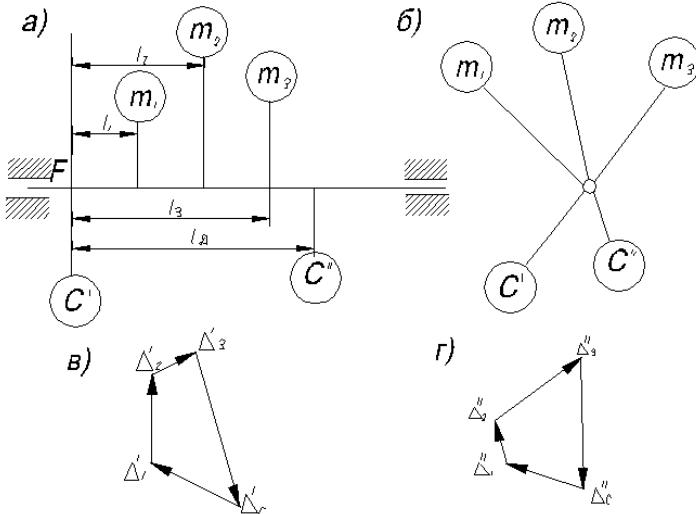


Рис. 6.3. Динамическое уравновешивание (2 способ):  
а), б) задание нескольких вращающихся в разных плоскостях масс;  
в) многоугольник моментов; г) многоугольник дисбалансов

Составляющие первого дисбаланса равны:  
в плоскости I

$$\Delta'_1 = \frac{\Delta_1(l - l_1)}{l}, \quad (6.10)$$

в плоскости 2

$$\Delta''_1 = \frac{\Delta_1 l_1}{l}. \quad (6.11)$$

По аналогичным формулам можно найти составляющие всех дисбалансов. Таким образом, все данные массы заменены составляющими в двух плоскостях. Если в обеих плоскостях произвести статическое уравновешивание, то заданные массы  $m_1, m_2$  и  $m_3$  будут определяться по уравнениям равновесия.

## **6.2. Описание установки**

Установка состоит из следующих основных узлов: ротора, фрикционного привода, плиты со стойками.

Ротор представляет собой вал, на котором свободно посажены, пять алюминиевых дисков на расстоянии 80 мм друг от друга. В осевом направлении диски ограничиваются лимбами, которые градуированы через два градуса.

Диски имеют пазы для крепления масс. На диске, рядом с пазом для крепления грузов, установлена шкала, позволяющая определить величину радиуса, на котором находится груз.

Вращение ротора осуществляется от электродвигателя посредством фрикционной передачи. Электродвигатель смонтирован у левой стойки на качающемся рычаге. Нажатием рукоятки рычага «вниз» фрикционный диск прижимается к шкиву, и включается электродвигатель, разгоняющий ротор. При освобождении рукоятки под действием веса электродвигателя фрикцион отжимается, и электродвигатель включается.

Основанием установки служит чугунная плита, на которой закреплены стойки, несущие ротор.

## **6.3. Приборы и оборудование**

1. Установки для уравновешивания вращающихся масс ТММ35А.
2. Грузы различного веса.

## **6.4. Порядок выполнения работы**

1. Неуравновешенность ротора (дисбаланс) создается закреплением на втором, третьем или четвертом дисках грузов из числа имеющихся в комплекте.

2. Для статической балансировки необходимо, чтобы центр масс системы лежал на оси вращения  $P_u=0$ . Рассчитываем угол и радиус вращения (установки) противовеса. Противовес устанавливается на первом или пятом диске, после чего убеждаемся в статической уравновешенности системы.

Включением электродвигателя приводится во вращение ротор, который, будучи сбалансирован только статически, будет «бить», т.е. каретка на конце вала будет совершать колебательные движения в свободном (горизонтальном) направлении.

3. Для динамической балансировки, кроме условий статической балансировки, необходимо и  $M_u=0$ . Требуется произвести полное уравновешивание двумя способами.

Ранее установленный противовес (при статической балансировке) снимается, устанавливаются полученные расчетом грузы-противовесы.

Приведя во вращение систему, убеждаемся в ее динамической сбалансированности.

## 6.5. Порядок выполнения отчета

1. Цель работы.
2. Схемы установки.
3. Схемы расположения дисков.
4. Таблица исходных данных для расчета.

Таблица 4.4

Плоскость установки масс	: II : III : IV
Масса груза, кг	
Расстояние центра массы от оси вращения, м	: $r_2 : r_3 : r_4$
Угол установки массы, град.	: $d_2 : d_3 : d_4$
Статический момент массы, кг/м $m_2r_2 : m_3r_3 : m_4r_4$	

5. Статическое уравновешивание масс.
6. Динамическое уравновешивание масс.

## Контрольные вопросы

1. Почему необходимо уравновешивать вращающиеся детали?
2. Какие существуют виды неуравновешенности?
3. Можно ли обнаружить динамическую неуравновешенность при установке детали на параллельных горизонтальных призмах?
4. При какой неуравновешенности – статической или динамической – силы инерции образуют пару сил?
5. Какое состояние равновесия относительно оси вращения – неустойчивое, устойчивое или безразличное – характеризует статически уравновешенное тело?
6. При каких условиях работы детали можно ограничиться только статической балансировкой?

# **Лабораторная работа № 7**

## **СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ**

### **ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ**

### **С НИЗШИМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ**

**Цель работы:** изучение общих положений и принципов строения рычажных механизмов, на основе которых производится структурный анализ и структурный синтез механизмов [1, 2].

#### **7.1. Теоретическая часть**

При структурном анализе устанавливается, из каких звеньев состоит механизм, определяются виды кинематических пар механизма и их взаимное расположение, а также структурные группы, составляющие механизм и число степеней его свободы.

Структурный синтез – создание, проектирование структурной схемы механизма, т.е. такой выбор звеньев и кинематических пар и такое их взаимное расположение, которые позволяют наиболее просто осуществить требования, предъявляемые к проектируемому механизму.

При структурном синтезе механизма помимо общих принципов его строения необходимо учитывать и то, что создаваемый механизм должен обладать высокой производительностью, быть надежным, экономичным и т.п.

##### **7.1.1. Основные понятия и положения структуры механизмов**

**Структурная схема механизма** – схема, указывающая стойку, подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение. Она представляет собой графическое изображение механизма с применением условных обозначений звеньев и кинематических пар. Если на структурной схеме указаны размеры звеньев, то такая схема называется кинематической схемой механизма.

**Обобщенная координата механизма** – это каждая из независимых между собой координат, определяющих положение звеньев механизма. Звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат механизма, называется начальным.

Число обобщенных координат, полностью характеризующих положение, а следовательно, и движение механизма, называется числом степеней свободы механизма.

Число степеней свободы плоского механизма определяется по формуле П.Л. Чебышева:

$$W=3(k-1)-2p_5-p_4, \quad (7.1)$$

где  $K$  – число всех звеньев, считая стойку;

$P_5$  и  $P_4$  – число низших и высших пар.

Большинство механизмов имеют  $W = 1$ .

Первичным называется механизм, состоящий из одного подвижного звена и стойки, образующих одноподвижную пару.

Структурной группой Ассура называется такая кинематическая цепь, степень свободы которой равняется нулю. Из уравнения  $W_{grp} = 3K_{grp} - 2r_{grp} = 0$  следует, что число звеньев в структурной группе должно быть четным, при этом, если:

$K_{grp} = 2$ , то  $r_{grp} = 3$ ,

$K_{grp} = 4$ , то  $r_{grp} = 6$  и т.д.

### 7.1.2. Структурный анализ и синтез плоских рычажных механизмов (по Ассуру Л.П.)

По теории Ассура, любой плоский рычажный механизм, т.е. механизм с низшими кинематическими парами, образован из одного или нескольких первичных механизмов и структурных групп.

Расчленение механизма при структурном анализе должно производиться так, чтобы после снятия какой-либо группы в **оставшейся части механизма сохранилась определенность движения каждого звена**.

На рисунке 7.1 приведена структурная схема одного из механизмов, звенья которого имеют номера от 1 до 10, а кинематические пары обозначены буквами от A до N. В этом механизме  $K = 10$ ,  $P_5 = 13$ ,  $P_4 = 0$  и, следовательно,  $W = 1$ .

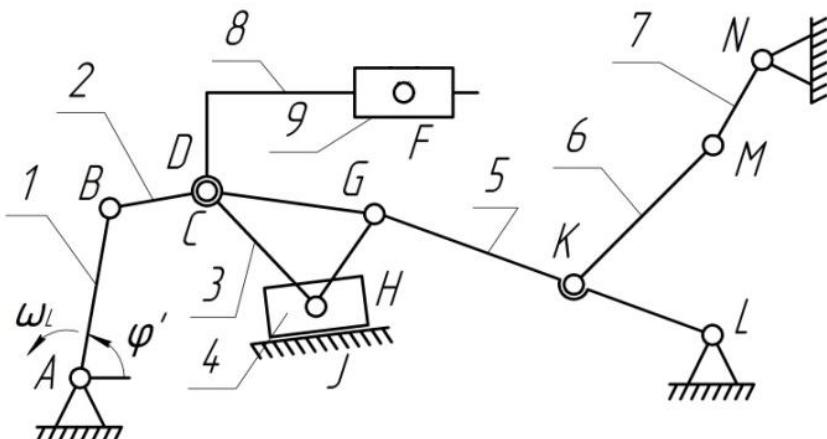


Рис. 7.1. Структурная схема рычажного механизма

Обобщенной координатой представленного механизма является величина угла  $\varphi_1$ , а начальным звеном – звено 1.

Структурный анализ (разложение на группы) этого механизма:

- 1) двухповодковая группа (звенья 6 и 7);
- 2) двухповодковая группа (звенья 8 и 9);
- 3) трехповодковая группа (звенья 2, 3, 4, 5);
- 4) первичный механизм (звенья 1 и 10).

Каждая группа вычерчивается отдельно, как показано на рис. 7.2.

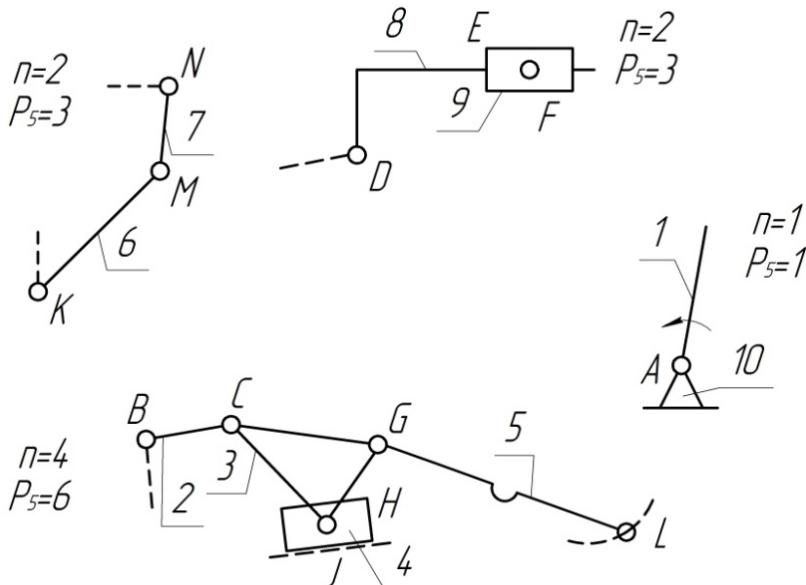


Рис. 7.2. Пример расчленения механизмов на структурные группы Ассура

В таблице 7.1 представлены кинематические пары механизма.

Таблица 7.1

Кинематические пары	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	И т.д. для кинематических пар <i>G, H, J, K, L, M, N, F</i>
Звенья, составляющие кинематическую пару	1.10	1.2	2.3	2.8	8.9	
Виды пары	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>P</i>	

**Вывод:** анализируемый механизм состоит из:

- 1) двух двухпроводковых групп;
- 2) одной трехпроводковой группы;
- 3) одного первичного механизма.

Для структурного синтеза (образования) механизма необходимо знать состав и последовательность присоединения групп Ассура при синтезе механизма, которые можно задать с помощью схем механизма.

Если обозначить:

$M$  – образовываемый механизм,

$\Pi$  – первичный механизм,

$\Gamma$  – структурная группа определенного номера,

(эти группы приведены в табл. 7.2), то схему строения четырехшарнирного механизма можно записать так:

$$M = \Pi + \Gamma. \quad (7.2)$$

При образовании механизмов с  $W=I$  необходимо пользоваться следующими правилами:

1. Первая структурная группа присоединяется внешними парами к подвижному звену первичного механизма и к стойке.
2. Последующие группы могут присоединяться к любым различным звеньям механизма, но так, чтобы звенья группы имели относительную (но отношению друг к другу) подвижность.

Следовательно, нельзя присоединять все группы к одному и тому же звену.

Типовые структурные группы Ассура приведены на рис. 7.3.

## 7.2. Порядок выполнения работы

1. Начертить структурную схему механизма; подсчитать по формуле Чебышева число степеней свободы  $W$  механизма; проставить у начального звена направление вращения и обобщенную координату.
2. Заполнить таблицу кинематических пар.
3. Произвести структурный анализ механизма и сделать выводы.
4. Записать в отчет (табл. 7.3) из табл. 7.2 задания по структурному синтезу. Начертить структурные группы и образовать из них механизм, проверить, верно ли, что  $W=1$ .

### Структурные группы Ассура

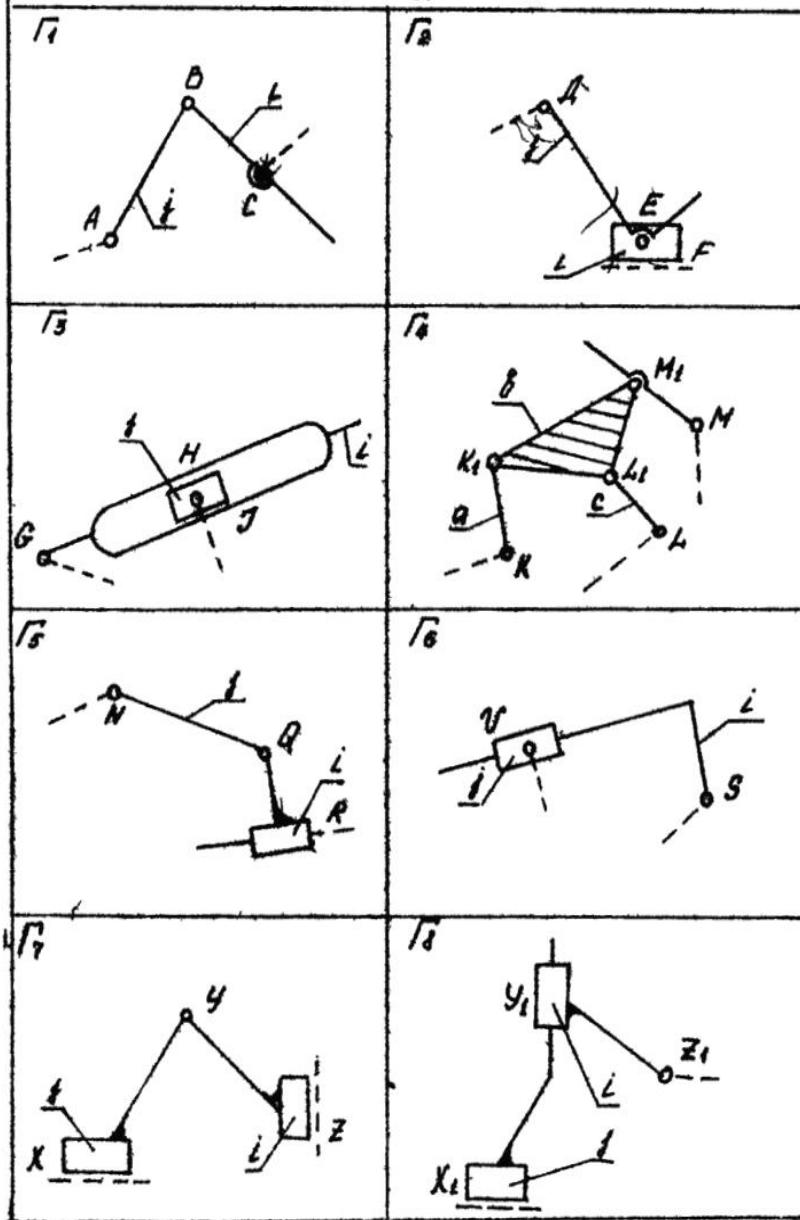


Рис. 7.3. Структурные группы Ассура

Таблица 7.2

№ задания	Схема построения механизма
1	$M=\Pi+\Gamma_1+\Gamma_1$
2	$M=\Pi+\Gamma_1+\Gamma_2$
3	$M=\Pi+\Gamma_1+\Gamma_3$
4	$M=\Pi+\Gamma_2+\Gamma_1$
5	$M=\Pi+\Gamma_2+\Gamma_2$
6	$M=\Pi+\Gamma_2+\Gamma_3$
7	$M=\Pi+\Gamma_1+\Gamma_4$
8	$M=\Pi+\Gamma_1+\Gamma_5$
9	$M=\Pi+\Gamma_1+\Gamma_6$
10	$M=\Pi+\Gamma_4+\Gamma_1$
11	$M=\Pi+\Gamma_4+\Gamma_2$
12	$M=\Pi+\Gamma_4+\Gamma_3$
13	$M=\Pi+\Gamma_2+\Gamma_6$
14	$M=\Pi+\Gamma_3+\Gamma_1$
15	$M=\Pi+\Gamma_3+\Gamma_2$
16	$M=\Pi+\Gamma_3+\Gamma_6$
17	$M=\Pi+\Gamma_7$
18	$M=\Pi+\Gamma_8$

### 7.3. Протокол отчета

1. Структурная схема механизма – модель.
2. Подсчет числа степеней свободы:  $n=$   
 $P_5=$   
 $P_4=$
3. Структурный анализ механизма по Ассуре.
4. Вычертить отдельно структурные группы, указать класс, вид.
5. Заполнить табл. 7.3.

*Таблица 7.3*

**Схема механизма**

Обозначение группы	Схема структурной группы	Класс, вид структурной группы	Схема механизма
Подсчет числа степеней свободы		K=	P5=
			W=

6. Выводы. Анализируемый механизм состоит из:  
а –  
б –  
в –

7. Образование плоского механизма.  
8. Класс механизма.

**Контрольные вопросы**

1. Какова цель кинематического анализа механизма?
2. Какова цель структурного анализа механизма?
3. Что понимают под структурной группой Ассура?
4. К какой степенью подвижности обладает каждая группа Ассура?
5. Какой класс у механизмов с низшими кинематическими парами?

# Лабораторная работа № 8

## ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА

**Цель работы:** научиться проводить анализ и синтез кулачкового механизма, построить профиль кулачка согласно заданию [1, 4].

### 8.1. Теоретическая часть

#### 8.1.1. Кулачковые механизмы

Кулачковым называется механизм, который содержит два основных звена: кулачок и толкатель, образующих высшую кинематическую пару (рис. 8.1).

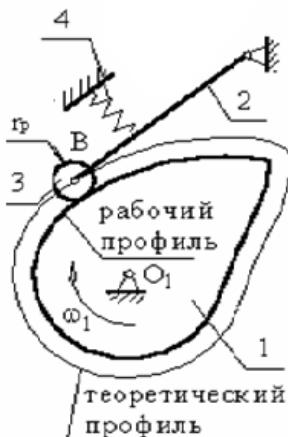


Рис. 8.1. Высшая кинематическая пара:  
1 – кулачок; 2 – толкатель; 3 – ролик; 4 – пружина

#### Достоинства кулачковых механизмов:

- 1) возможность воспроизведения практически любого закона движения выходного звена;
- 2) малое количество деталей (кулачок и толкатель), что позволяет просто изготавливать и обслуживать.

#### Недостатки:

1. Наличие высшей кинематической пары, в которой могут возникать повышенные удельные давления, что может привести к разрушению поверхности кулачка.
2. Поверхность кулачка, с которой взаимодействует толкатель – рабочий профиль кулачка (действительный).

3. Поверхность, проходящая через точку В и отстоящая от действительного профиля на расстоянии радиуса ролика – теоретический профиль.

### 8.1.2. Основные схемы кулачковых механизмов

1. Кулачковые механизмы с поступательно движущимися центральными толкателями (оси толкателей проходят через ось вращения кулачков).

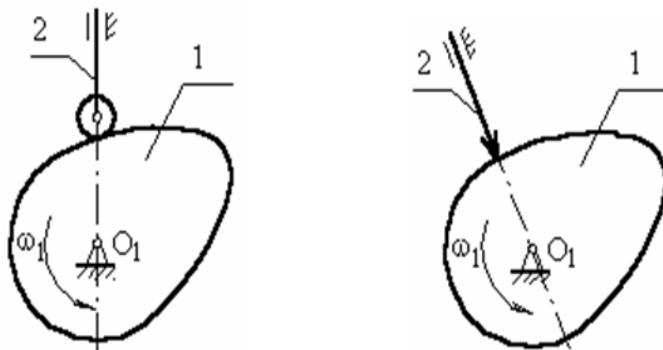


Рис. 8.2. Кулачковые механизмы с поступательно движущимся центральным (соосным) толкателем

2. Кулачковый механизм с поступательно движущимся внеосным толкателем (рис. 8.3).

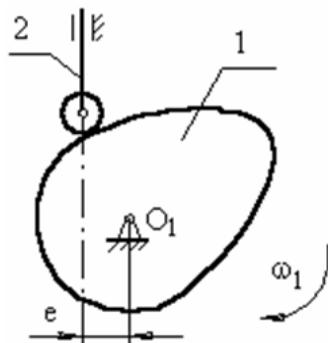


Рис. 8.3. Кулачковый механизм с поступательно движущимся внеосным толкателем:

е – эксцентриситет внеосности левая, т.к. ось толкателя проходит справа оси вращения кулачка

3. Кулачковый механизм с вращательно движущимся толкателем (рис. 8.4).

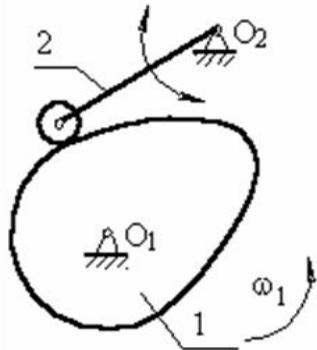


Рис. 8.4. Кулачковый механизм с вращательно движущимся толкателем

Звено 2 (толкатель) совершает возвратно-вращающееся движение с центром вращения в точке O<sub>2</sub>.

### 8.1.3. Основные параметры кулачковых механизмов

В процессе работы толкатель совершает в соответствии с рис. 8.3 движения:

- 1) поступательно вверх – в этом случае толкатель взаимодействует с участком 01;
- 2) стоит на месте (выстой);
- 3) толкатель опускается (сближение).

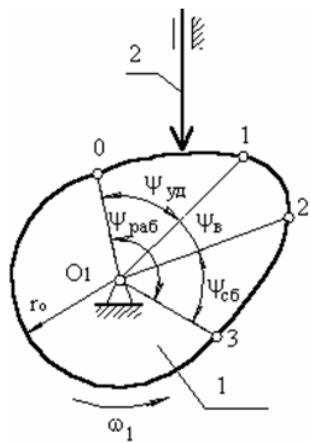


Рис. 8.5. Углы давления толкателя при вращении кулачка

В первой фазе подъему толкателя (фаза удаления) на профиле кулачка соответствует угол  $\Psi_{удал}$ .

В фазе выстоя –  $\Psi_{\text{выс.}}$

В фазе сближения —  $\psi_{\text{сб}} \cdot \psi_{\text{удал}} + \psi_{\text{выс}} + \psi_{\text{сб}} = \psi_{\text{раб}}$  — рабочий угол профиля кулачка.

**Угол профиля** кулачка можно показать только на кулачке.

**Угол поворота** кулачка, соответствующий вышеуказанным фазам перемещения толкателя, определяют, используя метод обращения движения, в соответствии с которым всей системе, включая стойку, мысленно сообщают движение с угловой скоростью ( $\omega_1$ ).

Тогда в обращенном движении кулачек становится неподвижным:

$$\omega_1^* = \omega_1 + (-\omega_1) \equiv 0. \quad (8.1)$$

Ось толкателя вместе со стойкой будут перемещаться в направлении ( $-\omega_j$ ). И угол поворота кулачка, соответствующий той или иной фазе движения, определяется по углу поворота оси толкателя в обращенном движении на соответствующем участке. Ось толкателя в обращенном движении в любом положении будет касаться окружности радиуса  $r_e$ .

Поворот кулачка на участке:  $01 - \varphi_{01}$

$$12 - \varphi_{12}$$

23 -  $\varphi_{23}$

рабочий угол поворота кулачка  $\varphi_{раб}$

$$\varphi_{pa\delta} = \varphi_{01} + \varphi_{12} + \varphi_{23}. \quad (8.2)$$

(yb.) (выс.) (сб.)

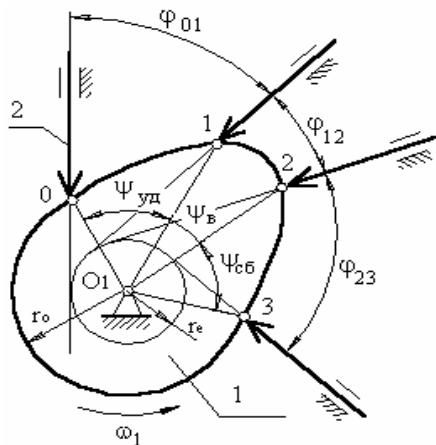


Рис. 8.6. Углы поворота кулачка

### 8.1.4. Угол давления

**Угол давления** – угол между вектором линейной скорости выходного звена (толкателя) и реакцией, действующей с ведущего звена (кулачка) на выходное звено. Эта реакция без учета сил трения направлена по общей нормали к взаимодействующим поверхностям.

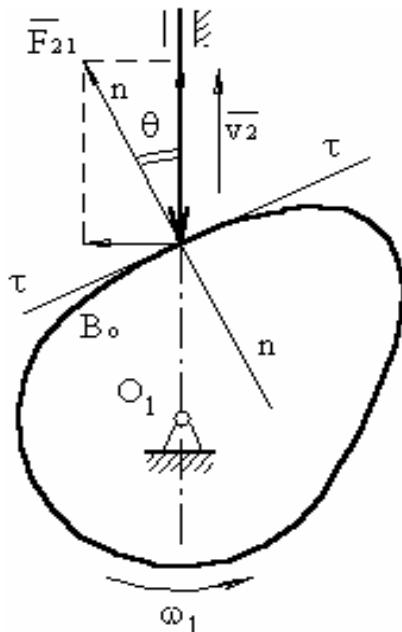


Рис. 8.7. Угол давления толкателя на кулачок

Угол давления определяется экспериментально. Для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкательем допустимый угол давления равен:  $[\theta] = 25^\circ \div 35^\circ$ .

Для кулачкового механизма с качающимся толкательем допустимый угол давления равен:  $[\theta] = 35^\circ \div 40^\circ$ .

При достижении углов больше допустимого возможен перекос оси толкателя к направляющей.

Из треугольника КВР (рис. 8.8) следует

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{KP}{KB}, \quad (8.3)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{O_1 P - e}{s_o - s_B}. \quad (8.4)$$

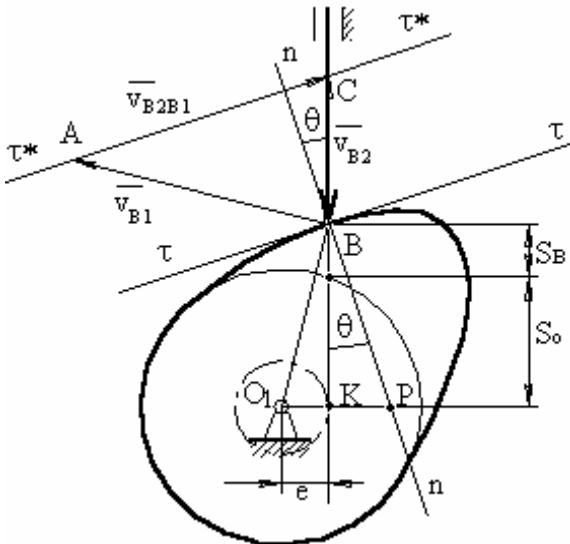


Рис. 8.8. Перенос оси толкателя к его направляющей

Треугольник  $O_1BP$  подобен треугольнику  $ABC$ .  
Тогда

$$\frac{v_{B2}}{O_1P} = \frac{v_{B1}}{O_1B} \rightarrow O_1P = \frac{v_{B2} \cdot O_1B}{v_{B1}}, \quad (8.5)$$

$$O_1P = \frac{v_{B2} \cdot O_1B}{v_{B1} \cdot O_1B} = v_{qB2}. \quad (8.6)$$

Подставим это выражение в (8.4)

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_{qB2} \pm e}{s_o + s_B}, \quad (8.7)$$

где знак «-» – для правой внеосности;

знак «+» – для левой внеосности.

Угол давления в кулачковом механизме зависит от размеров кулачковой шайбы: чем она больше, тем угол давления меньше.

### 8.1.5. Отрезок кинематических отношений

Если из точки  $B$  для какого-то текущего положения толкателя проведем линию, параллельную  $O_1P$ , а из центра –  $\parallel nn$ , то при их пересечении получим точку  $D$ .

$$BD = O_1P = \frac{V_{B2}}{V_{B1}} = V_{qB2}. \quad (8.8)$$

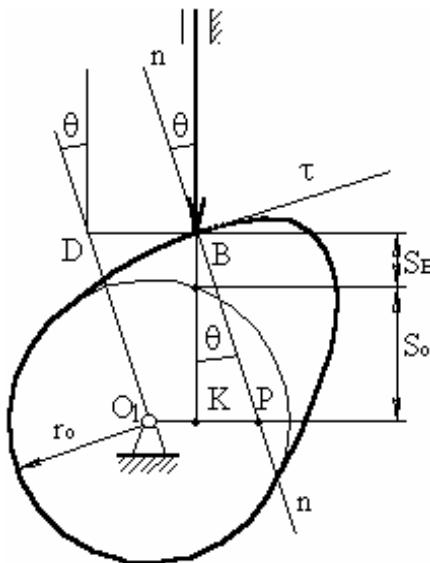


Рис. 8.9. Определение положения центра вращения кулачка

Из рисунка 8.9 следует, что перемещая точку  $B$  толкателя и найдя максимальный отрезок кинематического отношения, можно определить положение центра вращения кулачка, отложив внешним образом от точки  $D$  допустимый угол давления.

#### **8.1.6. Синтез (проектирование) кулачковых механизмов по заданному закону движения толкателя**

Под синтезом кулачкового механизма будем понимать построение профиля кулачка, в каждой точке которого угол давления не превышал бы допустимого, а размеры самого профиля были бы минимальны.

Данная задача решается в 3 этапа:

1. Строится график заданного закона движения (как правило, либо график ускорения точки  $B$  толкателя как функция угла положения  $- a_B = f(\phi_1)$ , либо график линейной скорости точки  $B - v_B = f(\phi_1)$ ).

2. Требуется построить график перемещения точки  $B$  как функцию от угла поворота кулачка  $s_B = f(\phi_1)$ .

3. Определяют минимальный размер кулачковой шайбы при условии, что угол давления в любой точке профиля не превышает допустимый.

4. Построение профиля кулачка.

### 8.1.7. Построение закона движения оси толкателя

Дано:

вид графика

$$a_B = f(\varphi_1),$$

$$\frac{a_1}{a_2} = v,$$

максимальный ход толкателя  $h_m$ .

Надо построить: графики  $a_B = f(\varphi_1)$ ,

$$v_B = f'(\varphi_1),$$

$$s_B = f''(\varphi_1),$$

где  $b$  – база графика (сколько отводится на график по оси  $\varphi_1$ ).

Порядок построения:

1. Произвольно выбирается база графика.

2. Считаем масштаб по оси  $\varphi_1$

$$\mu_\varphi = \frac{b}{\varphi}, \text{мм/град.} \quad (8.9)$$

3. Если задан симметричный вид графика, то

$$\varphi_{y\partial} = \varphi_{c\partial} \rightarrow b_{y\partial} = b_{c\partial}.$$

В общем случае закон движения может быть несимметричным.

4. Зададимся произвольным образом  $a_1 = 40 \div 50$  мм. Тогда

$$a_2 = \frac{a_1}{v}. \quad (8.10)$$

Расстояние  $x$  находят из условия равенства площадей под и над осью  $\varphi_1$

$$\begin{aligned} a_1 \cdot x &= a_2 \cdot (b_{\varphi \text{уд}} - x), \\ a_1 \cdot x &= a_2 \cdot b_{\varphi \text{уд}} - a_2 \cdot x, \\ x &= \frac{a_2 \cdot b_{\varphi \text{уд}}}{a_1 + a_2}. \end{aligned} \quad (8.11)$$

Физический смысл площади под кривой ускорения на площадке  $x$  – скорость толкателя на данном участке.

Физический смысл площади под кривой скорости на участке  $\varphi_{yo}$  – максимальное удаление (т.е. перемещение В толкателя).

Если площади не будут равновеликими, то толкатель, поднявшись на одну величину, опустится на другую.

Построив график ускорения, строим график скорости методом графического интегрирования, выбрав отрезок интегрирования  $OK_1$ . Интегрируя график скорости (с отрезком интегрирования  $OK_2$ , обычно  $OK_1=OK_2$ ), получаем график перемещения т. В толкателя.

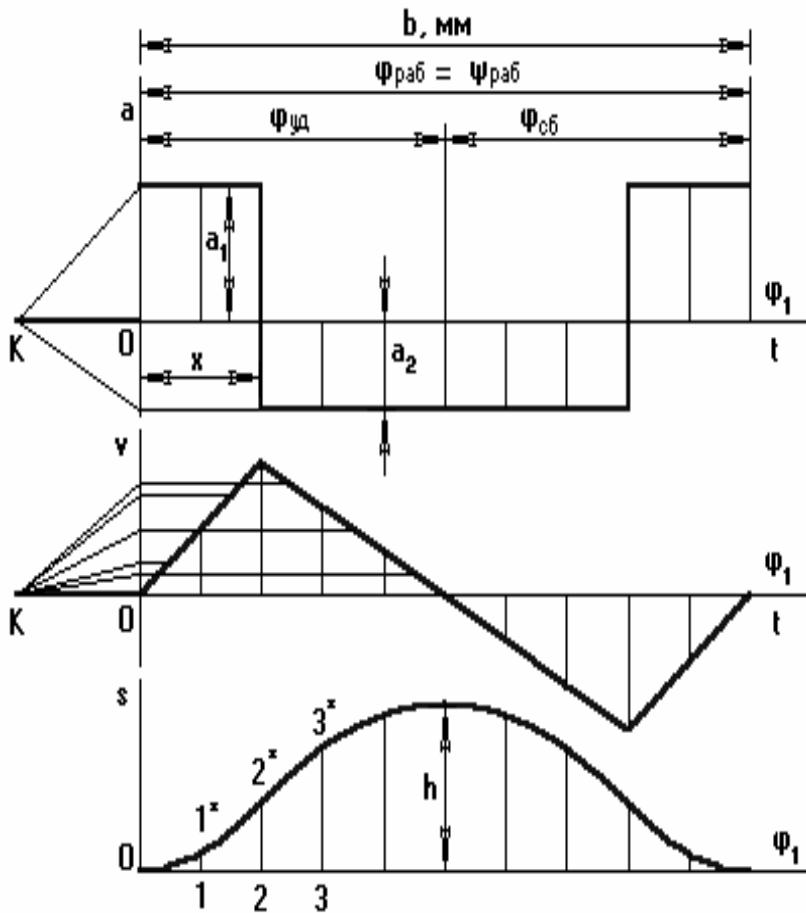


Рис. 8.10. Кинетическая диаграмма движения толкателя

Полученную ломаную линию заменяют плавной кривой.

Расчет масштаба:

$(yS_B)_{max}$  на графике перемещений получается автоматически, и его величина зависит от отрезка  $OK_2$ . Тогда, зная ход толкателя, масштаб перемещения будет

$$\mu = \frac{y_{S_B \max}}{h_T} \frac{\text{мм}}{\text{м}} . \quad (8.12)$$

Затем в первом приближении принимаем, что кулачок вращается равномерно, тогда угол поворота кулачка пропорционален времени поворота, и оси  $\phi$  и  $t$  совпадают, но каждая ось имеет свой масштаб.

$$\mu_t = \frac{6 \cdot b \cdot n}{\varphi_{раб}} \frac{\text{мм}}{\text{с}} , \quad (8.14)$$

где  $b$  – в [мм], частота вращения кулачка;

$n$  – [об/мин];

$\varphi_{раб}$  – [град].

Масштаб скорости

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t} \cdot OK_2 \frac{\text{мм}}{\text{с}^{-1}} . \quad (8.15)$$

Масштаб ускорения

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t} \cdot OK_1 \frac{\text{мм}}{\text{с}^{-2}} . \quad (8.16)$$

При выполнении лабораторной работы учитывается, что отличительное свойство высшей кулачковой пары заключается в её способности преобразовывать скорость толкателя как по величине, так и по направлению без каких-либо промежуточных звеньев.

Преимущество в возможности воспроизводить движение выходного звена по любому закону, например с длительными остановками при непрерывном движении ведущего звена.

По характеру движения лабораторные механизмы подразделяются на пространственные и плоские.

## 8.2. Порядок выполнения работы

### 8.2.1. Анализ кулачкового механизма

Используя макет кулачкового механизма, построить зависимость перемещения толкателя от угла поворота кулачка. Обозначить фазовые углы кулачкового механизма.

Методом двойного графического дифференцирования построить зависимости скорости и ускорения толкателя от угла поворота кулачка. Определить масштабы скорости и ускорения толкателя.

Сделать вывод о наличии мягких или жестких ударов при работе кулачкового механизма.

### **8.2.2. Синтез кулачкового механизма с игольчатым толкателем без смещения**

Из таблицы выбрать свой вариант (по заданию преподавателя) и закон ускорения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка.

Наименование параметров:

$\Phi_p$  – угол подъема, град.,

$\Phi_{dc}$  – угол дальнего стояния, град.,

$\Phi_{op}$  – угол опускания, град.,

$\alpha_{dop} = 25^\circ$  – допустимый угол давления для механизмов с игольчатым толкателем,

$h_{max}$  – максимальный ход толкателя, мм.

*Таблица 8.1*

№ п/п	Угол подъема, град.	Угол дальнего стояния, град.	Угол опускания, град.	Максимальный ход толкателя, мм
1	2	3	4	5
1	150	5	100	0,1
2	145	10	105	0,2
3	140	15	110	0,3
4	135	20	115	0,4
5	130	25	120	0,5
6	125	30	125	0,6
7	120	35	130	0,7
8	115	40	135	0,8
9	110	45	140	0,9
10	105	50	135	1,0
11	100	55	130	1,1

*Окончание табл. 8.1*

1	2	3	4	5
12	95	60	125	1,2
13	90	65	120	1,3
14	85	70	115	1,4
15	80	75	110	1,5
16	75	80	105	1,6
17	70	85	100	1,7
18	65	90	95	1,8
19	60	95	90	1,9
20	130	15	140	2,0
21	135	20	135	2,1
22	140	25	130	2,2
23	145	30	125	2,3
24	150	35	120	2,4
25	155	40	115	2,5
26	160	45	110	2,6
27	165	50	105	2,7
28	170	55	100	2,8
29	175	60	95	2,9
30	180	65	90	3,0

Законы движения толкателя:

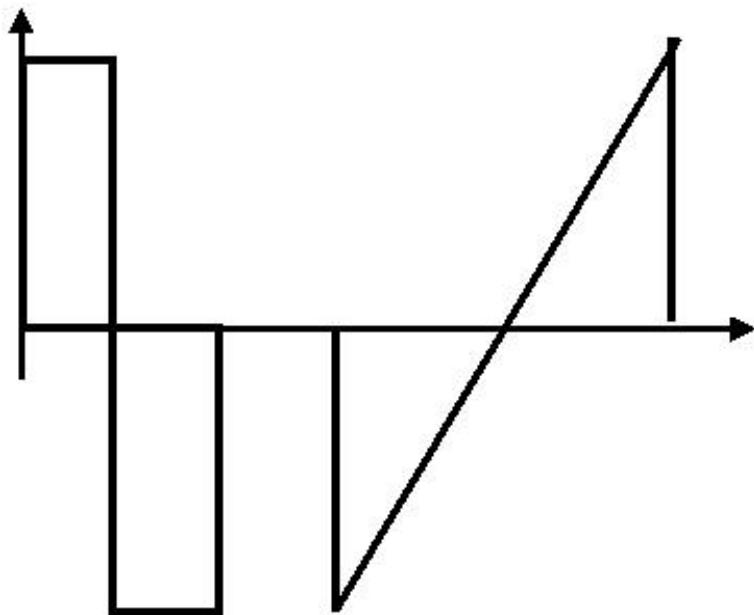


Рис. 8.13. Первый закон движения толкателя

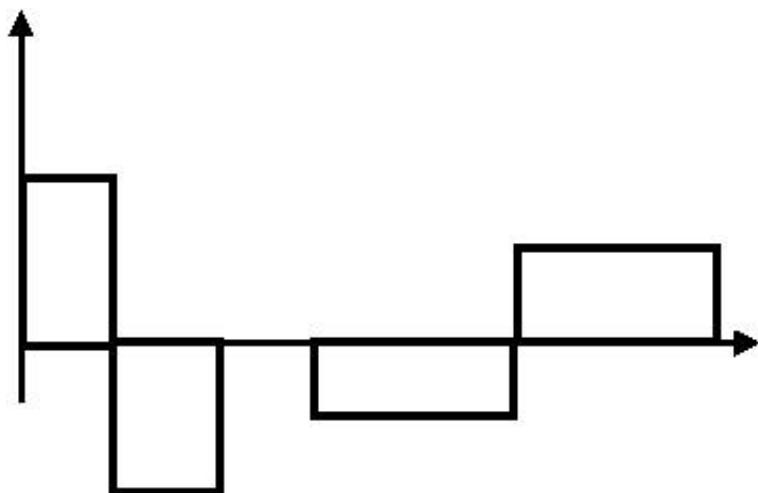


Рис. 8.14. Второй закон движения толкателя

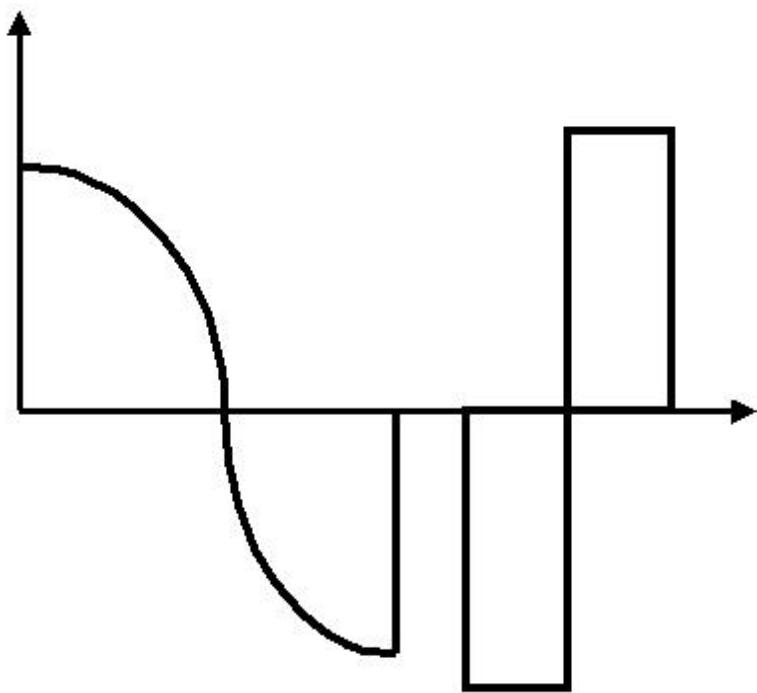


Рис. 8.15. Третий закон движения толкателя

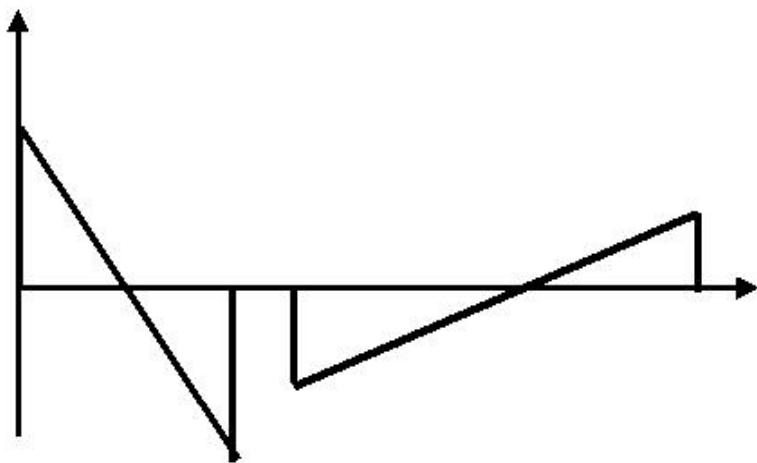


Рис. 8.16. Четвертый закон движения толкателя

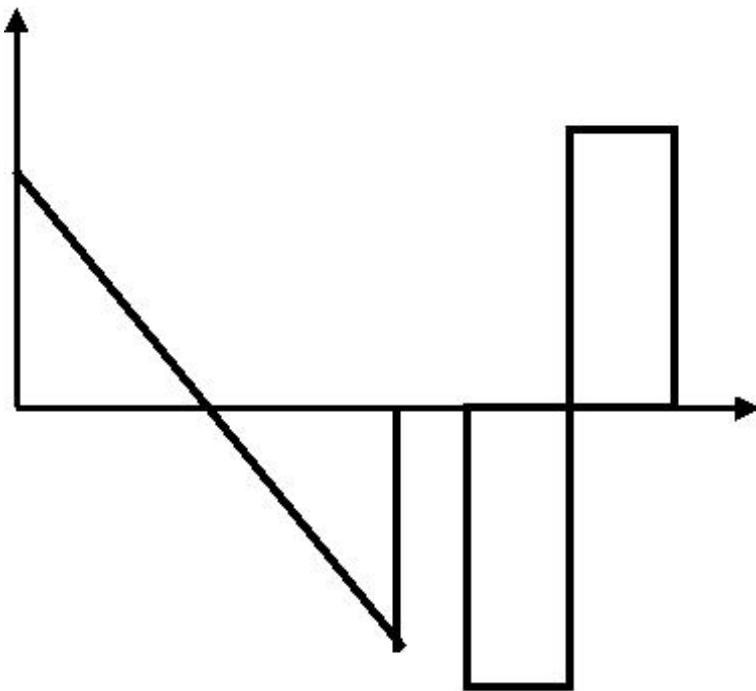


Рис. 8.17. Пятый закон движения толкателя

Методом двойного графического интегрирования построить графики скорости и перемещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка [4. С. 71–73].

Выбрать минимальный радиус шайбы кулачка с учетом допустимого угла давления.

Построить профиль кулачка и толкатель в одном из положений.

Графически (с помощью транспортира) определить углы давления для каждого положения толкателя (не менее 8–12).

При синтезе кулачкового механизма считаются известными: схема механизма, фазовые углы, максимальный ход толкателя, допустимый угол давления, а также график зависимости ускорения толкателя от угла поворота кулачка.

Требуется по заданным условиям построить профиль кулачка.

Движение толкателя можно определить по рис. 8.18.

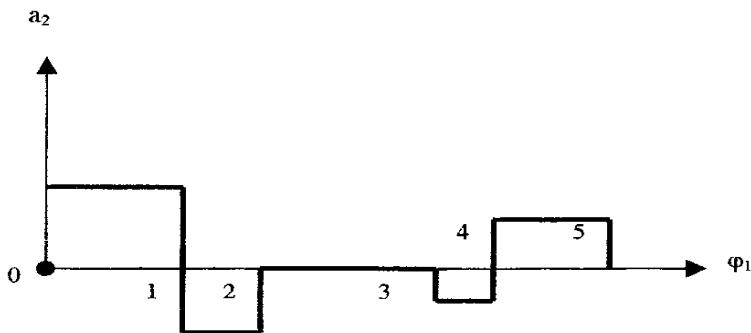


Рис. 8.18. Движение толкателя

Методом графического интегрирования строим графики  $V_2(\varphi_1)$  и  $S_2(\varphi_1)$ .

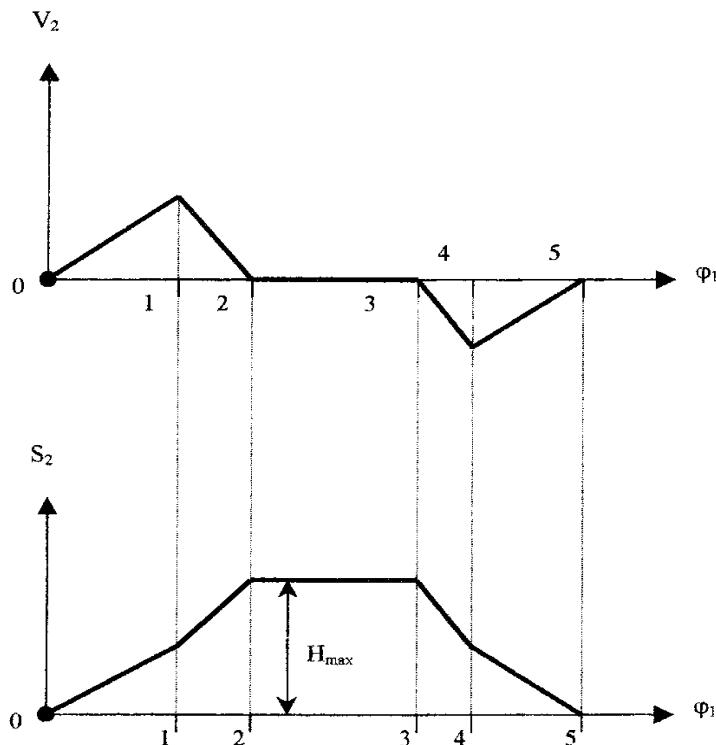


Рис. 8.19. Графики скорости и перемещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка

По графику  $S_2(V_2)$  с учетом допустимого угла давления ( $\alpha_{\text{доп.}}$ ) определяем минимальный радиус шайбы кулачка ( $R_{\min}$ ) и строим профиль кулачка.

Определение минимального радиуса шайбы кулачка с учетом допустимого угла давления показано на рис. 8.20.

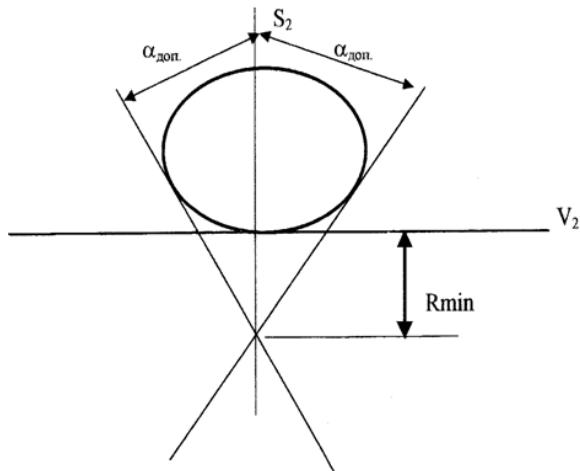


Рис. 8.20. Определение минимального радиуса шайбы кулачка с учетом допустимого угла давления

Построенный профиль кулачка приведен на рис. 8.21.

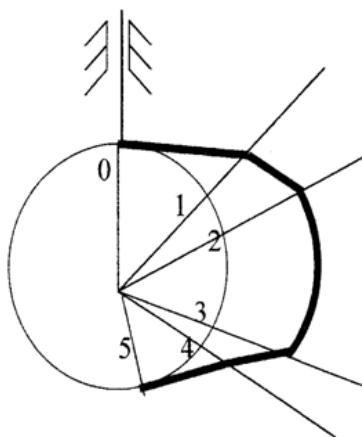


Рис. 8.21. Построенный профиль кулачка

## **Контрольные вопросы**

1. В чем заключается анализ кулачкового механизма?
2. В чем заключается синтез кулачкового механизма?
3. Назовите фазовые углы механизма.
4. Какие углы называют фазовыми?
5. Что такое жесткие и мягкие удары в кулачковом механизме?
6. Классификация кулачковых механизмов.
7. Понятие аналогов скорости и ускорений.
8. Обоснование выбора масштабов.
9. Основные геометрические размеры кулачкового механизма.

## **СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Фролов, К.В. Теория механизмов и механика машин: учебник для втузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; под ред. К.В. Фролова. – 2 изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2005. – 496 с.: ил.
2. Коловский, М.З. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / М.З. Коловский, А.Н. Евграфов, Ю.А. Семенов, А.В. Слоущ. – М.: Изд. центр «Академия», 2006. – 560 с.
3. Левитский, Н.И. Теория механизмов и машин. Терминология: учеб. пособие для студ. вузов / Н.И. Левитский, Ю.Я. Гуревич, В.Д. Плахтин и др.; под ред. К.В. Фролова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 80с.
4. Королев, П.В. Теория механизмов и машин: конспект лекций / П.В. Королев. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2007. – 104 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
Лабораторная работа № 1. Составление кинематической схемы и определение степени подвижности рычажных механизмов .....	4
1.1. Теоретическая часть .....	4
1.2. Практическая часть.....	17
Лабораторная работа № 2. Определение коэффициента трения скольжения... 21	21
2.1. Теоретическая часть .....	21
2.2. Описание установки .....	23
2.3. Порядок проведения работы.....	23
2.4. Порядок оформления отчета.....	24
Лабораторная работа № 3. Определение основных параметров зубчатых колес с помощью инструментов .....	26
3.1. Теоретическая часть .....	26
3.2. Порядок выполнения работы.....	28
3.3. Подсчет параметров зубчатого колеса .....	29
Лабораторная работа № 4. Кинематический анализ кулачковых механизмов .....	30
4.1. Теоретическая часть .....	30
4.2. Содержание и порядок выполнения работ ....32	32
4.3. Протокол отчета.....	34
Лабораторная работа № 5. Кинематический анализ зубчатых механизмов ...35	35
5.1. Теоретическая часть .....	35
5.2. Планетарные механизмы.....	37
5.3. Порядок выполнения работы.....	41
5.4. Протокол отчета .....	41
Лабораторная работа № 6. Уравновешивание вращающихся масс.....42	42
6.1. Теоретическая часть .....	42
6.2. Описание установки .....	47
6.3. Приборы и оборудование.....	47
6.4. Порядок выполнения работы.....	47
6.5. Порядок выполнения отчета.....	48
Лабораторная работа № 7. Структурный анализ и синтез плоских механизмов с низшими кинематическими парами.....49	49
7.1. Теоретическая часть .....	49
7.2. Порядок выполнения работы.....	52
7.3. Протокол отчета .....	54
Лабораторная работа № 8. Построение профиля кулачка .....56	56
8.1. Теоретическая часть .....	56
8.2. Порядок выполнения работы.....	65
Список рекомендуемой литературы .....	74

Учебное издание

**Потехин Борис Борисович  
Чубенко Елена Филипповна**

## **ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

Лабораторный практикум

Редактор С.Г. Масленникова  
Компьютерная верстка С.Ю. Заворотной

Лицензия на издательскую деятельность ИД № 03816 от 22.01.2001

Подписано в печать 06.10.2010. Формат 60×84/16.  
Бумага писчая. Печать офсетная. Усл. печ. л. 4,4.  
Уч.-изд. л. 3,3. Тираж 150 экз. Заказ

---

Издательство Владивостокский государственный университет  
экономики и сервиса  
690600, Владивосток, ул. Гоголя, 41  
Отпечатано в типографии ВГУЭС  
690600, Владивосток, ул. Державина, 57