Приложение 1

к рабочей программе дисциплины

«Теория игр»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЭКОНОМИКИ И СЕРВИСА

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Фонд оценочных средств

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

**Теория игр**

Направление и профиль подготовки:

38.03.05 Бизнес-информатика. Бизнес-аналитика

тип ОПОП: прикладной бакалавр

Форма обучения

очная

Владивосток 2020

**1 Перечень формируемых компетенций**

Таблица 1 – Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программе

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  п/п | Код компетенции | Формулировка компетенции | Номер  этапа  (1–8) |
| 1 | ОПК-2 | Способностью находить организационно-управленческие решения и готов нести за них ответственность; готов к ответственному и целеустремленному решению поставленных профессиональных задач во взаимодействии с обществом, коллективом, партнерами | 2 |
| 2 | ПК-17 | Способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования | 4 |

Компетенция считается сформированной на данном этапе (номер этапа таблица 1 ФОС) в случае, если полученные результаты обучения по дисциплине оценены положительно (диапазон критериев оценивания результатов обучения «зачтено», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично»). В случае отсутствия положительной оценки компетенция на данном этапе считается несформированной.

**2 Описание критериев оценивания планируемых результатов обучения**

**ОПК-2 Выпускник, освоивший программу бакалавриата, должен обладать способностью находить организационно-управленческие решения и готов нести за них ответственность; готов к ответственному и целеустремленному решению поставленных профессиональных задач во взаимодействии с обществом, коллективом, партнерами**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Планируемые результаты обучения**  (показатели достижения заданного уровня планируемого результата обучения) | | **Критерии оценивания результатов**  **обучения** |
| **Знает** | основные научные принципы и базовые понятия теории игр | - правильность ответа по содержанию задания;  - полнота и глубина ответа; |
| **Умеет** | проводить анализ постановки задачи по выбору решений в различных конфликтных ситуациях и находить эффективное и устойчивое решение | умение решать стандартные задачи курса, основные типы которых разбираются на практических занятиях |

**ПК-17** **Выпускник, освоивший программу бакалавриата, должен обладать способностью использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Планируемые результаты обучения**  (показатели достижения заданного уровня планируемого результата обучения) | | **Критерии оценивания результатов**  **обучения** |
| **Знает** | базовые понятия теории игр, точные и приближенные методы решения игровых ситуаций | - правильность ответа по содержанию задания;  - полнота и глубина ответа; |
| **Умеет** | 1) строить модели для практических ситуаций в различных областях и осуществлять выбор метода решения;  2) использовать решение модели для принятия и оценки эффективности управленческих решений;  3) использовать кооперативные модели при принятии организационных и управленческих решений. | умение решать стандартные задачи курса, основные типы которых разбираются на практических занятиях |
| **Владеет навыками и/или опытом деятельности.** | 1) определения подходящего типа игры для моделирования конкретной ситуации;  2) техники принятия эффективных и устойчивых решений в конфликтных ситуациях;  3) техники принятия решений о вступлении в возможные коалиции | уровень владения навыками выбора типа игры, методов и правильного подхода к решению конфликтных ситуаций и возможности вступления в коалиции |

**3 Перечень оценочных средств**

**ОПК-2** Способность находить организационно-управленческие решения и готов нести за них ответственность; готов к ответственному и целеустремленному решению поставленных профессиональных задач во взаимодействии с обществом, коллективом, партнерами

Таблица 3.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Контролируемые планируемые результаты обучения | | Контролируемые темы дисциплины | Наименование оценочного средства и представление его в ФОС | |
| **текущий контроль** | **промежуточная аттестация** |
| Знания | основные научные принципы и базовые понятия теории игр | Статические игры с полной информацией: чистые стратегии и равновесие Нэша | Тест № 1 (п.5.1) | Итоговая контрольная работа (п.5.5) |
| Статические игры с полной информацией: смешанные стратегии. Теорема равновесия Нэша | Тест №2 (п.5.1) |
| Динамические игры с полной и совершенной информацией | Тест №3 (п.5.1) |
| Динамические игры с неполной информацией | Тест №4 (п.5.1) |
| Дизайн механизмов | Тест №5 (п.5.1) |
| Кооперативные игры: ядро, вектор Шепли | Тест №6 (п.5.1) |
| Экономика обмена | Тест № 7 (п.5.1) |
| Умения | провести анализ постановки задачи по выбору решений в различных конфликтных ситуациях и найти эффективное и устойчивое решение | Статические игры с полной информацией: чистые стратегии и равновесие Нэша | Тест № 1 (п.5.1) | Итоговая контрольная работа (п.5.3) |
| Статические игры с полной информацией: смешанные стратегии. Теорема равновесия Нэша | Тест №2 (п.5.1) |
| Динамические игры с полной и совершенной информацией | Тест №3 (п.5.1) |
| Кооперативные игры: ядро, вектор Шепли | Тест №6 (п.5.1) |
| Экономика обмена | Тест №7 (п.5.1) |

**ПК-17** Способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования

Таблица 3.2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Контролируемые планируемые результаты обучения | | Контролируемые темы дисциплины | Наименование оценочного средства и представление его в ФОС | |
| **текущий контроль** | **промежуточная аттестация** |
| Знания | базовые понятия теории игр, точные и приближенные методы решения игровых ситуаций. | Статические игры с полной информацией: чистые стратегии и равновесие Нэша | Тест № 1 (п.5.1) | Итоговая контрольная работа (п.5.3) |
| Статические игры с полной информацией: смешанные стратегии. Теорема равновесия Нэша | Тест №2 (п.5.1) |
| Решение конечной матричной игры методами линейного программирования | ИДЗ 1 (п.5.2) |
| Динамические игры с полной и совершенной информацией | Тест №3 (п.5.1) |
| Динамические игры с неполной информацией | Тест №4 (п.5.1) |
| Дизайн механизмов | Тест №5 (п.5.1) |
| Кооперативные игры: ядро, вектор Шепли | Тест №6 (п.5.1) |
| Экономика обмена | Тест №7 (п.5.1) |
| Умения | 11) построение моделей для практических ситуаций в различных областях и осуществление выбора метода решения;  2) использование решения модели для принятия и оценки эффективности управленческих решений;  3) использование кооперативных моделей при принятии организационных и управленческих решений | Статические игры с полной информацией: чистые стратегии и равновесие Нэша | Тест №1 (п.5.1) | Итоговая контрольная работа (п.5.3) |
| Статические игры с полной информацией: смешанные стратегии. Теорема равновесия Нэша | Тест №2 (п.5.1) |
| Решение конечной матричной игры методами линейного программирования | ИДЗ 1 (п.5.2) |
| Динамические игры с полной и совершенной информацией | Тест №3 (п.5.1) |
| Динамические игры с неполной информацией | Тест № 4 (п.5.1) |
| Кооперативные игры: ядро, вектор Шепли | Тест № 6 (п.5.1) |
| Экономика обмена | Тест № 7 (п.5.1) |
| Навыки | 1) определение подходящего типа игры для моделирования конкретной ситуации;  2) владение техникой принятия эффективных и устойчивых решений в конфликтных ситуациях;  3) владение техникой принятия решений о вступлении в возможные коалиции | Статические игры с полной информацией: чистые стратегии и равновесие Нэша | Тест № 1 (п.5.1) | Итоговая контрольная работа (п.5.3) |
| Статические игры с полной информацией: смешанные стратегии. Теорема равновесия Нэша | Тест № 2 (п.5.1) |
| Решение конечной матричной игры методами линейного программирования | ИДЗ 1 (п.5.2) |
| Динамические игры с полной и совершенной информацией | Тест № 3 (п.5.1) |
| Динамические игры с неполной информацией | Тест № 4 (п.5.1) |
| Кооперативные игры: ядро, вектор Шепли | Тест № 6 (п.5.1) |
| Экономика обмена | Тест № 7 (п.5.1) |

**4 Описание процедуры оценивания**

Качество сформированности компетенций на данном этапе оценивается по результатам текущих и промежуточной аттестаций количественной оценкой, выраженной в баллах, максимальная сумма баллов по дисциплине равна 100 баллам.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория игр» включает в себя задания, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и выявляющие степень сформированности умений и владений (см. раздел 5).

Усвоенные знания и освоенные умения и владения проверяются при помощи тестирования в ЭОС, решения задач в индивидуальных домашних заданиях и контрольных работах.

Таблица 4.1 – Распределение баллов по видам учебной деятельности

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вид учебной  деятельности | Оценочное средство | | | | | | | | | |
| Индивидуальное домашнее задание №1 | Тест  №1 | Тест  №2 | Тест  №3 | Тест  №4 | Тест  №5 | Тест  №6 | Тест  №7 | Итоговая контрольная работа | Итого |
| Лекции |  | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |  | 21 |
| Практические занятия |  | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |  | 45 |
| Самостоятельная работа | 10 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |  | 14 |
| Промежуточная аттестация |  |  |  |  |  |  |  |  | 20 | 20 |
| Итого | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 20 | 100 |

Сумма баллов, набранных студентом по всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины, переводится в оценку в соответствии с таблицей 4.2.

Таблица 4.2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сумма баллов  по дисциплине | Оценка по промежуточной аттестации | Характеристика уровня освоения дисциплины |
| от 91 до 100 | «отлично» | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на итоговом уровне, обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, умеет свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности. |
| от 76 до 90 | «хорошо» | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на среднем уровне: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации. |
| от 61 до 75 | «удовлетворительно» | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на базовом уровне: в ходе контрольных мероприятий допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков по некоторым дисциплинарным компетенциям, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации. |
| от 41 до 60 | «неудовлетворительно» | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на уровне ниже базового, проявляется недостаточность знаний, умений, навыков. |
| от 0 до 40 | «не зачтено» / «неудовлетворительно» | Дисциплинарные компетенции не формированы. Проявляется полное или практически полное отсутствие знаний, умений, навыков. |

**5 КОМПЛЕКС ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**5.1 Тесты**

**Тест №1 (Статические игры с полной информацией: чистые стратегии и равновесие Нэша)**

1. Игра "Поход"

Паша, Саша и Наташа решают, куда поехать на отдых: в Валентин (В), в Андреевку (А) или в Триозерье (Т). С точки зрения Паши, в порядке предпочтения идут В-А-Т; с точки зрения Саши А-Т-В, и наконец, с точки зрения Наташи - Т-В-А. Голосование происходит одновременно и решение принимается по большинству. Если у всех разное мнение, то решение принимает Паша (он их командир).

* 1. Отметьте утверждения, верные для этой игры (их может быть несколько):

1. Стратегия Паши А слабо доминирует стратегию Т;
2. Стратегия Паши А сильно доминирует стратегию Т;
3. Стратегия Саши А слабо доминирует стратегию Т;
4. Стратегия Саши А сильно доминирует стратегию Т.
   1. Из профилей стратегий этой игры, записанных в порядке Паша-Саша-Наташа отметьте равновесия Нэша:Начало формы
5. (В,В,В) b) (Т,Т,Т) c) (А,А,А) d) (А,В,В)
6. (В,А,В) f) (В,Т,Т) g) (В,А,Т)
7. Игра "Сумма 100".

Двое игроков называют число от 1 до 100. Выигрыши распределяются следующим образом: игроки всегда получают в сумме не более 100 рублей, самый нежадный получает то, что просит.

Более формально:

Если игроки выбрали числа a и b, то выигрыш составит:

(a,b), если a+b≤100;

если а+b>100, то выигрыши равны:

(a,100-a), если b>a ;

(100-b,b), если a>b и

(50,50), если a=b.

* 1. Выберите все верные ответы (их может быть больше одного):

1. стратегия 2 (любого игрока) слабо доминирует стратегию 1
2. стратегия 2 (любого игрока) сильно доминирует стратегию 1
3. стратегия 50 (любого игрока) слабо доминирует стратегию 49
4. стратегия 50 (любого игрока) сильно доминирует стратегию 49
5. стратегия 51 (любого игрока) слабо доминирует стратегию 50
6. стратегия 51 (любого игрока) сильно доминирует стратегию 50Конец формы
   1. Отметьте профили стратегий, являющиеся равновесием по Нэшу в этой игре:
7. (50,50)
8. (1,1)
9. (100,100)
10. (49,51)
    1. Сколько равновесий по Нэшу в этой игре?
11. Матричная игра.

Рассмотрим игру, заданную в матричной форме:

5,2 2,6 1,4 0,3

4,1 3,4 2,1 1,2

1,0 1,1 1,5 5,1

2,3 0,1 0,2 4,4

Занумеруем строки сверху вниз 1,2,3,4 (это стратегии первого игрока), а столбцы слева направо a,b,c,d (это стратегии второго игрока).

3.1 Какая стратегия первого игрока является сильно доминируемой?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) никакая f) больше одной

* 1. Какая стратегия второго игрока является сильно доминируемой?

1. a 2) b 3) c 4) d 5) никакая 6) больше однойНачало формы
   1. Сколько профилей (ситуаций) стратегий останется при последовательном вычеркивании сильно доминируемых стратегий?
2. Сюжет «Собеседование»

Две студентки Зося и Марго идут на собеседование в компанию «Светлое будущее» к менеджеру по фамилии Кактус. В компании имеется только одно вакантное место. Зося может выбрать одну из четырех стратегий поведения: а) профессионализм, б) лояльность, в) обаяние и д) внешность (имидж). У Марго две возможные линии поведения: а) профессионализм, б) внешность (имидж). Полезность собеседования (выигрыш) оценивается следующим образом: принятие на работу равно полезности +1 или +2 (при явном преимуществе), у конкурентки соответственно -1, -2. Если на работу не принимают никого, то выигрыш каждой равен 0.

Матрица игры имеет вид (записаны полезности Зоси)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Марго | |
|  |  | Профессионализм | Имидж |
| Зося | Профессионализм | 2 | -1 |
| Лояльность | 0 | -1 |
| Обаяние | 1 | 0 |
| Имидж | -1 | -2 |

4.1 Какие из высказываний верны

А) Знания и умения Марго выше, чем у Зоси

Б) Сильная сторона Зоси – обаяние

В) Марго имеет яркую внешность

Г) Марго исполнительна и ответственна

* 1. Равновесие Нэша игры
     1. (О, П)
     2. (Л,И)
     3. (П,И)
     4. (О,М)
     5. ((И,П)

1. При записи антагонистических игр в матричной форме для каждой пары стратегий достаточно указать одно число - выигрыш первого игрока, выбирающего строки. Выигрыш второго игрока определяется автоматически как выигрыш первого игрока со знаком минус. Рассмотрим антагонистическую игру

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Игрок 2 | | |
|  |  | д | е | ж |
| Игрок 1 | А | 3 | 0 | 2 |
| Б | 5 | 1 | 4 |
| В | 2 | 6 | 5 |
| г | 7 | 5 | 5 |

Равновесием Нэша является

А) (Г,Д) б) (Б,Ж) в) (Г,Ж) г) (А,Д) д) (Б,Д)

1. Рассмотрим игру полковника Блотто, противник – полковник Фабиани. Количество высот - 2. Число отрядов у Блотто и Фабиани равно 4. Армия, которая посылает больше полков на тот или иной пункт, занимает его и уничтожает все направленные на этот пункт силы противника, получая единицу как за занятый пункт, так и за каждый уничтоженный отряд противника. Игра антогонистическая. Найти равновесие Нэша:

а) в чистых стратегиях.

Краткие методические указания:

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка | Баллы | Описание |
| 5 | 9-10 | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно. |
| 4 | 7-8 | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки. |
| 3 | 6 | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны. |
| 2 | 0-5 | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

**Тест №2 (Статические игры с полной информацией: смешанные стратегии и равновесие Нэша)**

**Задача 1**

В финале чемпионата мира по футболу Россия-Германия пробивается пенальти. Нападающий Смолов может ударить со всей силы, а может попытаться обмануть вратаря и "срезать" мяч, то есть ударить слабо по центру. Вратарь решает, будет ли он прыгать "по мячу", то есть после удара нападающего, или будет угадывать, куда тот ударит, и в момент удара прыгнет в один из углов. Таким образом, у каждого из игроков есть две стратегии. Выигрышем будем называть вероятность забить/отбить гол. Предположим, что матрица выигрышей выглядит следующим образом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | У (угадать) | М (по мячу) |
| У (удар) | (0.5, 0.5) | (0.8, 0.2) |
| С (срезать) | (0.7, 0.3) | (0.3, 0.7) |

Есть ли в этой игре чистые равновесия по Нэшу?

1. да, профиль (У,У)
2. да, профиль (У,М)
3. да, профиль (С,У)
4. да, профиль (С,М)
5. нет, чистых равновесий нет
6. чистых равновесий больше одного

**Задача 2**

Пусть нападающий играет смешанную стратегию У0.5[У]+0.5[C]. Какой ожидаемый выигрыш будет у вратаря, если он будет угадывать, куда ударит нападающий?

1. 0.4
2. 0.5
3. 0.6
4. 0.7
5. Другое значение

**Задача 3**

Допустим, существует смешанное равновесие по Нэшу. Нападающий в нём будет бить со всей силой (стратегия У) с вероятностью (впишите вероятность в ответ)

**Задача 4**

Допустим, существует смешанное равновесие по Нэшу. Вратать в нём будет угадывать угол с вероятностью (впишите вероятность в ответ)

**Задача 5**

Контролер и безбилетник садятся в электричку в один из трёх вагонов (в реальной жизни, как правило, вагонов больше, мы рассмотрим самую простую ситуацию). Если они попадают в один вагон, контролёр берёт штраф с безбилетника в размере 1. Если в разные вагоны, то оба получают по 0.

Существует ли равновесие по Нэшу в чистых стратегиях?

1. Нет, не существует
2. Да, существует и при том ровно одно.
3. Да, существует и их как минимум два

**Задача 6**

Предположим, что безбилетник использует смешанную стратегию s=0.2[1]+0.5[2]+0.3[3] (число в скобках - номер вагона, куда садится безбилетник). Какую стратегию в этом случае выберет контролёр?

1. Сядет в 1-й вагон
2. Сядет во 2-й вагон
3. Сядет в 3-й вагон
4. Будет использовать смешанную стратегию, отличную от вышеописанных

**Задача 7**

Предположим, что безбилетник использует смешанную стратегию p1[1]+p2[2]+p3[3], причём p1>p2. Каким может быть наилучший ответ контролёра на такую стратегию?

1. использовать стратегию [1]
2. использовать стратегию [2]
3. использовать стратегию [3]
4. использовать смесь стратегий [1] и [3] (каждая с ненулевой вероятностью)
5. использовать смесь стратегий [2] и [3] (каждая с ненулевой вероятностью)
6. использовать смесь стратегий [1] и [2] (каждая с ненулевой вероятностью)
7. использовать смесь стратегий [1],[2],[3] (каждая с ненулевой вероятностью)

**Задача 8**

Какие из указанных смешанных стратегий являются смешанными равновесиями по Нэшу?

1. безбилетник идёт в один из вагонов, а контролёр с равными вероятностям в один из других двух вагонов
2. безбилетник и контролёр равновероятно идут в каждый из вагонов
3. контролёр идёт в один из вагонов, а безбилетник с равными вероятностям садится в один из оставшихся двух вагонов

Краткие методические указания:

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка | Баллы | Описание |
| 5 | 9-10 | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно. |
| 4 | 7-8 | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки. |
| 3 | 6 | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны. |
| 2 | 0-5 | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

**Тест № 3 (Динамические игры с полной и совершенной информацией)**

### Задача 1. Выборы

1 из 1 балла (не оценивается)

Имеется четыре кандидата: A,B,C,D. Трое по очереди вычёркивают кандидатов. Предпочтения игроков:

первый: A≻B≻C≻D;

второй: C≻B≻D≻A;

третий: A≻D≻B≻C.

Предположим, что первый вычеркнул кандидата D. Каким будет прогнозируемый исход игры? Выберите оставшегося кандидата.

A

B

C

D

### Задача 2. Выборы

Предположим, что первый вычеркнул кандидата C. Каким будет прогнозируемый исход игры? Выберите оставшегося кандидата.

A

B

C

D

**Задача 3**. Выборы

Какого кандидата должен вычеркнуть первый, чтобы добиться наилучшего для себя результата?

A

B

C

D

**Задача 4.** Злые пираты и золото

Несколько злых пиратов нашли 50 слитков золота (слитки неделимы). Делёж организован следующим образом: сначала старший пират предлагает свой способ дележа. Если хотя бы половина пиратов, включая предлагающего согласна с дележом, делёж реализуется. Иначе старшего пирата выбрасывают за борт, и делёж предлагает следующий по старшинству пират.

Каждый пират стремится выжить и получить больше слитков Кроме того, пираты злые, то есть чем меньше останется в живых пиратов тем лучше (можно считать, что выигрыш пирата равен N+1/(m+1), где N - количество получаемых им слитков, а m - количество оставшихся в живых пиратов.

Допустим пиратов двое. Какой дележ предложит первый из них?

(0,50)

(1,49)

(25,25)

(49,1)

(50,0)

**Задача 5. Злые пираты и золото**

Несколько злых пиратов нашли 50 слитков золота (слитки неделимы). Делёж организован следующим образом: сначала старший пират предлагает свой способ дележа. Если хотя бы половина пиратов, включая предлагающего согласна с дележом, делёж реализуется. Иначе старшего пирата выбрасывают за борт, и делёж предлагает следующий по старшинству пират.

Для каждого пирата стремится выжить и получить больше слитков. Кроме того, пираты злые, то есть чем меньше останется в живых пиратов тем лучше (можно считать, что выигрыш пирата равен N+1/(m+1), где N - количество получаемых им слитков, а m - количество оставшихся в живых пиратов.

Допустим пиратов четверо. Какой дележ предложит первый из них?

(50,0,0,0)

(49,0,1,0)

(49,1,0,0)

(48,1,1,0)

(48,0,1,1)

Ни один из вариантов не подходит.

Делёж определён неоднозначно.

**Задача 6. Камешки-1**

Имеется N камушков. Два игрока ходят по очереди. На каждом ходу игрок забирает один, два или три камня. Выигрывает тот, кто заберёт последний камень.

Пусть N=10. При каком ходе первый игрок гарантированно выигрывает?

Взять один камень

Взять два камня

Взять три камня

Первый игрок не может выиграть в данной ситуации.

**Задача 7. Камешки-1**

При каких N выигрывает первый?

N=50

N=51

N=52

N=53

N=54

**Задача 8. Камешки-3**

1 из 1 балла (не оценивается)

Имеется несколько кучек с камнями. Двое игроков ходят по очереди (сначала первый, потом второй). На каждом ходе игрок может взять любое количество камней из одной (любой) кучки. Выигрывает тот, кто забирает последний камень.

Предположим, что в начале игры имеется две кучки по 5 камней. Кто выигрывает?

Первый игрок

Второй игрок

**Задача 9. Камешки-3**

Предположим, что в начале игры в одной кучке 10 камней, а в другой 12 камней. После какого хода первый гарантированно выигрывает?

В ответ необходимо ввести два числа через запятую (без лишних пробелов и кавычек), которые показывают, сколько камней осталось в каждой кучке после хода первого. К примеру, "10,8" означает, что осталось 10 камней из первой кучки и 8 из второй.



Краткие методические указания:

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка | Баллы | Описание |
| 5 | 9-10 | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно. |
| 4 | 7-8 | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки. |
| 3 | 6 | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны. |
| 2 | 0-5 | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

**Тест № 4 (Динамические игры с с неполной информацией)**

**Задача 1. Деление доллара по Рубинштейну**

Мама испекла пирог и оставила его в духовке. Два брата каждые полчаса по очереди предлагают свой способ дележа: сначала старший предлагает, как его разделить. Если младший согласился, то пирог разделен, если нет, через полчаса младший предлагает делёж, а старший соглашается или нет. Если мама возвращается до того, как пирог разделен, она сходу съедает его без остатка, и братьям не достаётся ничего.

Предположим, что мама возвращается через 50 минут (то есть проходит только две процедуры дележа), а пирог не теряет ценности ни для одного из участников.

Какой делёж предложит старший брат младшему? (Мы считаем, что старшему брату хочется, чтобы младший согласился, и чтобы старший получил при этом максимальный выигрыш)

1) (1, 0)

2) (1/2, 1,2)

3) (0, 1)

4) любой делёж подходит

5) никакой делёж не подходит

**Задача 2. Деление доллара по Рубинштейну**

Предположим, что мама возвращается через 50 минут (то есть проходит только две процедуры дележа), а пирог теряет половину ценности после каждого дележа для обоих братьев (то есть ко второму дележу каждый получит 1/2a,1/2(1−a) при дележе (a,1−a) ).

Какой делёж предложит старший брат младшему? (Мы считаем, что старшему брату хочется, чтобы младший согласился, и чтобы старший получил при этом максимальный выигрыш)

1) (1, 0)

2) (1/2, 1,2)

3) (0, 1)

4) любой делёж будет равновесным

5) никакой делёж не будет равновесным

**Задача 3. Деление доллара по Рубинштейну.**

Предположим, что мама возвращается через 1 час 50 минут (то есть проходит только четыре процедуры дележа), а пирог теряет половину ценности после каждого дележа для обоих братьев. То есть ко второму дележу каждый получит 1/2a,1/2(1−a) при дележе (a,1−a), к третьему - (1/4a,1/4(1−a)), к четвертому - (1/8a,1/8(1−a)) соответственно.

Какой делёж предложит старший брат младшему на первом шаге? (в ответ введите долю, которую старший брат оставит себе).

**Задача 4. Улучшенный ультиматум**

Изменим условие предыдущей задачи, чтобы было похоже на Ультиматум и попробуем понять, можем ли мы модифицировать условие этой игры так, чтобы избавиться от плохого равновесия.

Мама испекла пирог и оставила его в духовке. Два брата хотят его разделить. Каждые полчаса делёж предлагает старший брат, а младший соглашается или нет. Если младший согласился, то пирог разделен, если нет, через полчаса старший снова предлагает делёж. Если мама возвращается до того, как пирог разделен, она сходу съедает его без остатка, и братьям не достаётся ничего. Пирог не теряет вкусовых качеств для игроков с течением времени.

Предположим, что мама возвращается через 70 минут (то есть проходит только три процедуры дележа), а пирог не теряет ценности ни для одного из участников.

Какой делёж предложит старший брат младшему при первом дележе?

1) (1, 0)

2) (1/2, 1/2)

3) (0, 1)

4) любой делёж подходит

5) никакой делёж не подходит

**Задача 5. Улучшенный ультиматум**

Изменим условие предыдущей задачи, чтобы было похоже на Ультиматум и попробуем понять, можем ли мы модифицировать условие этой игры так, чтобы избавиться от плохого равновесия.

Мама испекла пирог и оставила его в духовке. Два брата хотят его разделить. Каждые полчаса делёж предлагает старший брат, а младший соглашается или нет. Если младший согласился, то пирог разделен, если нет, через полчаса старший снова предлагает делёж. Если мама возвращается до того, как пирог разделен, она сходу съедает его без остатка, и братьям не достаётся ничего. Пирог не теряет вкусовых качеств для игроков с течением времени.

Предположим, что

1) мама возвращается через 50 минут (то есть проходят только две процедуры дележа),

2) братья завидуют друг другу. Это выражается в том, что кроме удовольствия от съедаемого пирога a каждый из братьев завидует другому и теряет 1/2b (здесь 1/2 - коэффициент зависти, а b - количество пирога у второго брата). То есть итоговый выигрыш равен a−1/2b при удовольствиях от пирога (a,b).

Какой делёж предложит старший брат младшему при первом дележе?

Введите часть пирога, который старший брат оставит себе.

**Задача 6. Дуэль**

Аркадий и Борис стреляются друг с другом на дуэли. Дуэль происходит следующим образом: сначала стреляет Аркадий, затем Борис. Аркадий попадает в цель с вероятностью α, Борис попадает в цель с вероятностью β. Если оба промахнулись, то оба ничего не получают, если кто-то кого-то убил, то проигравший получает 0, а победитель - 1.

Какой ожидаемый выигрыш у Аркадия и Бориса в этой игре? (В ответе указана пара выигрышей (Аркадий, Борис)).

1. α, β)

2. (1-α, β)

3. (α, (1-α)β)

4. (1-α, (1-α)β)

**Задача 7. Дуэль**

Аркадий и Борис стреляются друг с другом на дуэли. Дуэль происходит следующим образом: сначала стреляет Аркадий, затем Борис, затем снова Аркадий, затем Борис, и.т.д. Аркадий попадает в цель с вероятностью α=1/2, Борис попадает в цель с вероятностью β=1/3. Игра длится бесконечное количество раундов.

Какой ожидаемый выигрыш у Аркадия и Бориса в этой игре?

Введите выигрыш Аркадия и Бориса.

**Задача 8. Модель линейного города**

Предположим, все жители города (страны) равномерно заполняют собой отрезок [0,1] (это их мнение по острому политическому вопросу). Имеется два кандидата в мэры (президенты), которые по очереди выбирают точку на отрезке (свою позицию относительно этого вопроса) или отказываются от участия в выборах. После этого, жители выбирают того кандидата, который им ближе. То есть выигрыш кандидатов - длина отрезка его сторонников. Если кандидаты выбрали одну точку, то сторонники делятся поровну. Участие в выборах влечет небольшие издержки.

Какие точки выберут кандидаты в равновесии по Цермело?

1. (0,1)
2. (1/3,2/3)
3. (1/2,1/2)
4. (2/3,1/3)
5. (1,0)
6. Имеется равновесие, не входящее в перечисленные.

Краткие методические указания:

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка | Баллы | Описание |
| 5 | 9-10 | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно. |
| 4 | 7-8 | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки. |
| 3 | 6 | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны. |
| 2 | 0-5 | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

Начало формы

**Тест № 5 (Дизайн механизмов)**

**Задача 1. Аукцион печенья**

На торги выставляется коробка печенья (100 кусков). Играют n игроков. Каждый из игроков тайно от других пишет на бумаге своё имя и сколько кусков печенья он хочет получить. Все заявки упорядочиваются по возрастанию, после чего ведущий по очереди выдает каждому запрошенное им количество, начиная с самых “скромных”. Если в некоторый момент печенье кончается, то заявившие слишком много, увы, остаются ни с чем (если оставшегося печенья оказывается недостаточно, чтобы обслужить несколько одинаковых заявок, то делим между ними поровну). Если же остались лишние печенья, их съедает ведущий.

Предположим, что можно писать лишь целое количество кусков на бумаге.

Пусть n=2. Какие профили стратегий являются равновесием по Нэшу в этой игре?

1. (0, 100)
2. (51,51)
3. (49,51)
4. (50,50)

**Задача 2. Аукцион печенья**

На торги выставляется коробка печенья (100 кусков). Играют n игроков. Каждый из игроков тайно от других пишет на бумаге своё имя и сколько кусков печенья он хочет получить. Все заявки упорядочиваются по возрастанию, после чего ведущий по очереди выдает каждому запрошенное им количество, начиная с самых “скромных”. Если в некоторый момент печенье кончается, то заявившие слишком много, увы, остаются ни с чем (если оставшегося печенья оказывается недостаточно, чтобы обслужить несколько одинаковых заявок, то делим между ними поровну). Если же остались лишние печенья, их съедает ведущий.

Предположим, что можно писать любое количество кусков, даже не целое.

Пусть n=4 . Какие профили стратегий являются симметричным равновесием по Нэшу в этой игре?

1. (0, 0,0,0)
2. (25, 25, 25, 25)
3. (27, 27, 27, 27)
4. (50, 50, 50, 50)
5. (51, 51, 51, 51)

### Задача 3. Аукцион третьей цены

Имеется N игроков. Они оценивают красивую вазу в v1, v2, … . vN рублей соответственно.

Игрок i делает ставку xi. Ваза достаётся тому, кто назвал максимальную ставку  xi (если несколько игроков назвали максимальную ставку, то она достаётся игроку с наименьшим номером). При этом победитель платит третью по величине ставку Таким образом, выигрыш победителя равен vi-xi3 , остальные получают 0 .

Предположим, что N=4, известно, что x2.=50, x3.=20, x4.=10. Выгодно ли называть первому игроку свою цену? (Выгодно = не может получить больший выигрыш)

### Если v1>50, игроку выгодно назвать v1.

### Если 50>v1>20, игроку выгодно назвать v1.

### Если 20>v1>10, игроку выгодно назвать v1.

### Если 10>v1, игроку выгодно назвать v1.

### Задача 4. Аукцион третьей цены

Имеется N игроков. Они оценивают красивую вазу в v1, v2, … . vN рублей соответственно.

Игрок i делает ставку xi. Ваза достаётся тому, кто назвал максимальную ставку  xi (если несколько игроков назвали максимальную ставку, то она достаётся игроку с наименьшим номером). При этом победитель платит третью по величине ставку Таким образом, выигрыш победителя равен vi-xi3 , остальные получают 0 .

Предположим, что N=3, известно, что v1.=100, v2.=40, v3.=20. Какие профили стратегий  являются равновесиями по Нэшу?

1. (100 40, 20)
2. (50, 50, 50)
3. (30, 30, 30)
4. (10, 1000, 100)

### Задача 5. Аукцион третьей цены

Имеется N игроков. Они оценивают красивую вазу в v1, v2, … . vN рублей соответственно.

Игрок i делает ставку xi. Ваза достаётся тому, кто назвал максимальную ставку  xi (если несколько игроков назвали максимальную ставку, то она достаётся игроку с наименьшим номером). При этом победитель платит третью по величине ставку Таким образом, выигрыш победителя равен vi-xi3 , остальные получают 0.

Какие утверждения являются верными?

1. Стратегия "назвать свою цену" является слабо доминирующей.
2. Существуют равновесия по Нэшу, в которых 1-й игрок получает вазу.
3. Существуют равновесия по Нэшу, в которых 2-й игрок получает вазу.
4. Существуют равновесия по Нэшу, в которых 3-й игрок получает вазу.

Краткие методические указания:

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка | Баллы | Описание |
| 5 | 9-10 | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно. |
| 4 | 7-8 | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки. |
| 3 | 6 | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны. |
| 2 | 0-5 | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

**Тест № 6 (кооперативные игры)**

**Задача 1. Продавцы и покупатели**

Имеется 5 продавцов и 3 покупателя. У каждого продавца есть по 1 товару. Все товары одинаковы. Каждый из покупателей хочет приобрести 1 единицу товара. Если m продавцов и n покупателей встречаются, то их полезность равна количеству проданных единиц товара, то есть min(m,n).

Обозначим продавцов через A,B,C,D,E, а покупателей через 1,2,3. Формализуем данную игру как коалиционную.

1. Какие из приведенных ниже выигрышей коалиций заданы правильно?

V(A,B,C)=1

V(A,1,2)=2

V(A,B,1,2)=2

V(A,B,1,2,3)=2

1. Рассмотрим ядро этой игры. Какие утверждения про ядро выполнены?
2. Ядро пусто
3. Ядро состоит из единственного дележа: продавцы получают по 1/5, покупатели - по 2/3
4. Ядро состоит из единственного дележа: продавцы получают по 0, покупатели - по 1
5. Ядро состоит из всех платежей, в которых x1+x2+x3=3 (здесь xi - платёж покупателя i)

**Задача 2. Продавцы и покупатели**

Поменяем количество продавцов и покупателей в предыдущей задаче. Несложно понять, что такое же ядро будет и в игре M продавцов и N покупателей при M≠N. Поймём что будет, если их количества совпадают. Рассмотрим следующую игру.

Имеется 4 продавца и 4 покупателя. У каждого продавца есть по 1 товару. Все товары одинаковы. Каждый из покупателей хочет приобрести 1 единицу товара. Если m продавцов и n покупателей встречаются, то их полезность равна количеству проданных единиц товара, то есть min(m,n).

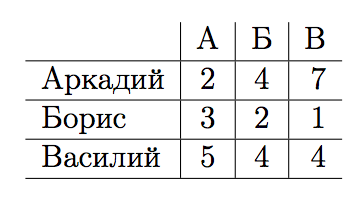
Обозначим продавцов через A,B,C,D, а покупателей через 1,2,3,4. Формализуем данную игру как коалиционную.

Рассмотрим ядро этой игры. Какие дележи входят в ядро?

1. Всем продавцам - 0, всем покупателям - по 1.
2. Всем продавцам - 1, всем покупателям - по 0.
3. Всем игрокам по 1/2.
4. Всем продавцам по 2/3, всем покупателям - по 1/3.

**Задача 3. Домики в деревне**

Трое жителей: Аркадий, Борис и Василий, живут в соседних домиках (в А,Б и В соответственно). У каждого из них есть предпочтение в каком из домиков жить (эти предпочтения заданы в виде полезности). Несколько жителей могут договориться поменяться домиками для максимизации суммарной полезности. Предположим, что полезности заданы в виде следующей таблицы (по строчкам жители, а по столбцам домики):



Формализуем данную игру как коалиционную (занумеруем игроков в алфавитном порядке). Рассмотрим ядро данной игры.

1. Отметьте верные неравенства, накладываемые на дележ (x1,x2,x3) из ядра игры (которые соответствуют условиям, накладываемым на коалиции).
2. x1≥7
3. x1+x2≥7
4. x2+x3≥6
5. x1+x3≥11
6. Пусть x1,x2,x3 - дележ из ядра, x1=7.5. Введите любое x2 (платеж Бориса), которое подходит под данное условие.
7. Пусть x1,x2,x3 - дележ из ядра, x1=7.5. Введите любое x3 (платеж Василия), которое подходит под данное условие.

**Задача 4. Линейный город с коалициями**

Имеются три партии, которые стремятся получить как можно больше голосов на выборах. Мнение жителей по острому политическому вопросу равномерно распределено на отрезке [0,1]. Партии по очереди выбирают точку на отрезке - своё мнение по этому вопросу. Для простоты будем считать, что разные партии не могут выбрать одну точку. Каждый житель выбирает самую близкую партию к своему расположению.

Партии могут образовать коалицию. Выигрышем данной коалиции является точная верхняя грань количества сторонников, которые эта коалиция может гарантировать себе, как бы ни действовали остальные игроки.

1. Какой будет выигрыш коалиции, состоящей только из первой партии?
2. 0 b) ½ c) 1/3 d) 1
3. Какой будет выигрыш коалиции, состоящей из второй и третьей партий?
4. 0 b) ½ c) 1/3 d) 1
5. Какой будет выигрыш коалиции, состоящей из второй партии?
6. Какой будет выигрыш коалиции, состоящей из третьей партии?
7. Какие дележи (x1,x2,x3) лежат в ядре игры?
8. (1/3,1/3,1/3)
9. (0,1/2,1/2)
10. (0,1/6,5/6)
11. Никакие из этих дележей в ядре не лежат

Краткие методические указания:

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка | Баллы | Описание |
| 5 | 9-10 | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно. |
| 4 | 7-8 | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки. |
| 3 | 6 | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны. |
| 2 | 0-5 | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

1. Начало формы

**Тест № 7 (экономика обмена)**

У Андрея есть 3 апельсина и 1 банан, у Бориса 1 апельсин и 3 банана. Андрей оценивает апельсин в 2 единицы полезности, а банан в 3 единицы полезности. Для Бориса апельсин стоит 5 единиц, а банан 4. Будем считать, что при добавлении нового продукта суммарная полезность увеличивается на полезность этого продукта.

1. Какой функцией полезности можно описать предпочтения Андрея?
   1. 2x+3y, где x - количество апельсинов, а y - количество бананов
   2. 3x+2y, где x - количество апельсинов, а y - количество бананов
   3. Максимум из количества бананов и апельсинов
   4. Ни одна из функций не подходит
2. Какие из предложенных дележей (вначале идёт условное описание дележа) являются равновесием обмена?
   1. Андрей: (3,1); Борис (1,3)
   2. Андрей (4,4); Борис (0,0)
   3. Андрей (0,4); Борис (4,0)
   4. Андрей (0.5,4); Борис (3.5,0)
3. Найдите равновесие Вальраса с точки зрения вектора цен.

Пусть апельсин стоит 1 единицу, а банан р единиц.

Рассмотрим процесс:

* 1. Андрею выдаётся 3+pB средств, Борису - 1+3pB.
  2. Игроки по очереди выбирают, что покупать. Каждый игрок может выбрать любую корзину продуктов, которая максимизирует его функцию полезности, при условии, что он тратит ровно то количество средств, которое ему выдали.
  3. В результате мы получаем некоторое распределение товаров по корзинам. При некоторых p мы можем получить равновесие по Вальрасу.

Вопрос: при каком значении p Андрею будет всё равно что покупать: бананы или апельсины (то есть Андрея устраивает любой набор)?

Краткие методические указания:

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка | Баллы | Описание |
| 5 | 9-10 | Задание выполнено полностью и абсолютно правильно. |
| 4 | 7-8 | Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки. |
| 3 | 6 | Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны. |
| 2 | 0-5 | Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения. |

**5.2 ИДЗ № 1**

Рассмотрим игру полковника Блотто, противник – полковник Фабиани. Количество высот - 3. Число отрядов у Блотто и Фабиани равно 5. Армия, которая посылает больше полков на тот или иной пункт, занимает его и уничтожает все направленные на этот пункт силы противника, получая единицу как за занятый пункт, так и за каждый уничтоженный отряд противника. Игра антогонистическая. Найти методом линейного программирования равновесие Нэша в смешанных стратегиях.

Краткие методические указания:

При выполнении индивидуальных домашних заданий необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и др. Решение ИДЗ выполняется подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки.

Шкала оценки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка | Баллы | Описание |
| 5 | 9-10 | Задания выполнены полностью и правильно, работа оформлена согласно требованиям, решение содержит некоторые неточности; |
| 4 | 8 | Задания выполнены полностью, с несущественными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны, работа оформлена согласно требованиям; |
| 3 | 6-7 | Задания выполнены полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны, работа оформлена не по требованиям |
| 2 | 0-5 | Задания не выполнены или выполнены неправильно |

**5.3 Итоговая контрольная работа**

1. Рассмотрим игру полковника Блотто, противник – полковник Фабиани. Количество высот - 2. Число отрядов у Блотто и Фабиани равно 4. Армия, которая посылает больше полков на тот или иной пункт, занимает его и уничтожает все направленные на этот пункт силы противника, получая единицу как за занятый пункт, так и за каждый уничтоженный отряд противника. Игра антогонистическая. Найти равновесие Нэша:

а) в чистых стратегиях, б) в смешанных стратегиях.

1. Найти равновесные по Нэшу стратегии (чистые и смешанные) биматричной игры

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | D | E | F |
| A | 3,-1 | 1,5 | 4,1 |
| B | 2,1 | -1,7 | 5,0 |
| C | 1,5 | 1,-1 | 5,1 |

1. Найти равновесие Нэша методом обратной индукции в динамической игре:

A

V

H

B

e

k

n

m

B

A

A

A

A

h

g

f

e

d

c

b

a

(1,0) (4,1) (3,2) (2,2) (-1,4) (1,1) (5,4) (6,0)

1. Игра NIM. В кучке 121 камень. Игроки (Кактус и Марго) по очереди делают ход. Кактус за один ход может взять два или пять камней. Марго за один ход может взять один или четыре камня. Выигрывает тот, кто не сможет сделать ход по правилам.

Кто выигрывает, если первым ходит Кактус?

1. Три фирмы выпускают одинаковый продукт. Сначала первая фирма (лидер) принимает решение об объёме выпуска товара q1, затем вторая фирма (последователь) принимает решение об объёме выпуска товара q2. После этого третья фирма (замыкающая) принимает решение об объёме выпуска товара q3. Известна функция спроса P=20 – Q, где Q – суммарный выпуск. Предельные издержки фирм равны 1, 2, 3.

Сколько товара произведёт каждая фирма в условиях полной и совершенной информации?

1. Кактус и Марго имеют две возможности: попросить у некой внешней силы (например, родителей) 100 рублей для себя или 1000 руб. для другого. Требования будут безусловно выполнены. Полезности игроков определяются как сумма полученных денег.

Найдите чистые и смешанные равновесные стратегии Кактуса и Марго.

1. N пиратов (N>5) делят кучу золота. Сначала пират №1 предлагает свой способ дележа. Происходит голосование («за» - «против»). Процедура принятия решения: если «за» проголосовало более половины всех пиратов, включая предложившего, то дележ принимается и игра оканчивается. В противном случае пирата №1 выбрасывают за борт и предлагает делёж пират №2. И так до тех пор, пока игра не окончится. Пираты голосуют со своими предпочтениями:
   1. Если я буду жив, то чем больше у меня золота, тем лучше.
   2. Жить без золота лучше, чем умереть.
   3. При равном количестве золота для меня и одинаковой моей судьбе лучше тот вариант, где в живых остаётся больше пиратов.
2. Три гусара (подполковник Давыдов, поручик Ржевский, корнет Оболенский) стреляются из-за золота. Корнет попадает в цель с вероятностью 0,4, подполковник с вероятностью 0,8, а Ржевский с вероятностью 1. Дуэль проходит в 2 этапа:
   1. На первом этапе каждый выбирает в кого выстрелить и стреляет;
   2. Оставшиеся в живых после первого выстрела делают ещё один выстрел.

Оставшиеся в живых делят золото поровну. Ценность всего золота для одного игрока равна единице. Выигрыш погибшего равен 0.

Найти равновесие Нэша.

1. Кактус и Марго приходят в кафе обсудить свои взаимоотношения. У Кактуса с собой 8 у.е., у Марго 6 у.е. Каждый готов потратить все деньги на еду и музыку. Музыка является общим благом, т.к. её слышат все. Еда естественно – частное благо. Кактусу нравится предпочтения Марго в музыке, Марго же терпеть не может музыкальные пристрастия Кактуса. Т.е. полезности равны

Сначала своё распределение средств на еду и музыку определяет Кактус, затем Марго, зная распределение Кактуса, делает свой выбор. Каждый из них в силу достаточно долгих отношений знает не только свою функцию полезности, но и другого. Будем считать деньги бесконечно делимыми.

Найдите равновесные стратегии Кактуса и Марго: как каждый из них разделит свои деньги между музыкой и едой.

1. У двух авиапассажиров, следовавших одним рейсом, пропали чемоданы. Авиакомпания готова возместить ущерб каждому пассажиру. Для того, чтобы определить размер компенсации, каждого пассажира просят сообщить, во сколько он оценивает содержимое своего чемодана. Каждый пассажир может назвать целочисленную величину ущерба от 2 000 руб. до 100 000 руб. . Условия компенсации: если оба сообщают одну и ту же величину, то каждый получит такую компенсацию. Если же заявленный одним из пассажиров ущерб окажется меньше, чем заявленный ущерб другого, то каждый получит компенсацию, равную меньшей из заявленных сумм. При этом тот, кто заявил меньшую сумму, получит дополнительно 2 000 руб., а тот, кто заявил большую сумму – дополнительно потеряет 2 000 руб.

Найти равновесие Нэша.

Будут ли в реальности стратегии пассажиров отличаться от равновесных?

Краткие методические указания:

Контрольная работа позволяет определить уровень усвоения материала. Перед выполнением контрольной работы необходимо ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в презентациях и на лекции, проработать методы решения задач, рассмотренных в типовых примерах.

Шкала оценки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка | Баллы | Описание |
| 5 | 18-20 | Задания выполнены полностью и правильно |
| 4 | 15-17 | Задания выполнены полностью, с несущественными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны |
| 3 | 12-14 | Задания выполнены полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны |
| 2 | 0-11 | Задания не выполнены или выполнены неправильно |