

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

ОПЦ.02 Дискретная математика с элементами математической
логики

программы подготовки специалистов среднего звена

09.02.06 Сетевое и системное администрирование

Форма обучения: *очная*

Владивосток 2026

Рабочая программа учебной дисциплины ОПЦ.02 «Дискретная математика с элементами математической логики» разработана в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование, утвержденного приказом Минпросвещения России от 10.07.2023, №519, примерной образовательной программой.

Разработчик: Е.А. Стефанович, преподаватель

Рассмотрено и одобрено на заседании цикловой методической комиссии

Протокол № 9 от « 18 » 05 2026 г.

Председатель ЦМК  Е.А. Стефанович
подпись

СОДЕРЖАНИЕ

- 1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 3 УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 4 КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Учебная дисциплина ОПЦ.02 Дискретная математика с элементами математической логики является частью общепрофессионального учебного цикла основной образовательной программы (далее ООП) в соответствии с ФГОС СПО по специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование.

1.2 Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

По итогам освоения дисциплины, обучающиеся должны продемонстрировать результаты обучения, соотнесённые с результатами освоения ООП СПО, приведенные в таблице.

Код компетенции	Умения	Знания
ПК 2.3 ПК 2.4	– Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики. Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения. Применять аппарат теории множеств и теории графов для решения практических задач	– Основных принципов математической логики, теории множеств и теории алгоритмов. – Формул алгебры высказываний. – Методов минимизации алгебраических преобразований. – Основ языка и алгебры предикатов. Основных принципов теории множеств.

2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
Объем образовательной программы учебной дисциплины	69
в том числе:	
– теоретическое обучение	22
– практические занятия <i>(если предусмотрено)</i>	24
– самостоятельная работа	23
– промежуточная аттестация – <i>дифференцированный зачет</i>	

2.2 Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем в часах	Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы
1	2	3	4
Раздел 1. Основы математической логики			
Тема 1.1. Алгебра высказываний	Содержание учебного материала	12	ПК 2.3 ПК 2.4
	1. Понятие высказывания. Основные логические операции	2	
	2. Формулы логики. Таблица истинности и методика её построения/ Законы логики. Равносильные преобразования	2	
	Практическое занятие № 1. Построение таблиц истинности, преобразование логических функций	2	
	Практическое занятие № 2. Доказательство теорем алгебры логики	2	
	Самостоятельная работа обучающихся (указывается вид и тема самостоятельной работы).	4	
Тема 1.2. Булевы функции	Содержание учебного материала	16	ПК 2.3 ПК 2.4
	1. Понятие булевой функции. Способы задания ДНФ, КНФ	2	
	2. Операция двоичного сложения и её свойства. Полином Жегалкина Основные классы функций. Полнота множества. Теорема Поста	2	
	Практическое занятие № 3. Построение совершенных и нормальных форм функций по таблицам истинности	2	
	Практическое занятие № 4. Составление МКНФ и МДНФ функций	2	
	Практическое занятие № 5. Минимизация сложных логических функций по картам Карно	2	
	Самостоятельная работа обучающихся (указывается вид и тема самостоятельной работы).	6	
Раздел 2. Элементы теории множеств			
Тема 2.1. Основы теории множеств	Содержание учебного материала	12	ПК 2.3 ПК 2.4
	1. Общие понятия теории множеств. Способы задания. Основные операции над множествами и их свойства. Мощность множеств. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна. Декартово произведение множеств	2	
	2. Отношения. Бинарные отношения и их свойства. Теория отображений	2	

	Алгебра подстановок		
	Практическое занятие № 6. Решение задач и уравнений с множествами.	2	
	Практическое занятие № 7. Сравнение множеств	2	
	Самостоятельная работа обучающихся (указывается вид и тема самостоятельной работы).	4	
Раздел 3. Логика предикатов		16	
	1. Понятие предиката. Логические операции над предикатами	2	ПК 2.3 ПК 2.4
	2. Кванторы существования и общности. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции	2	
	Практическое занятие № 8. Логика предикатов. Исчисления предикатов	2	
	Практическое занятие № 9. Нахождение области определения и истинности предиката	2	
	Практическое занятие № 10. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции	2	
	Самостоятельная работа обучающихся (указывается вид и тема самостоятельной работы).	6	
Раздел 4. Элементы теории графов			
Тема 4.1. Основы теории графов	Содержание учебного материала	13	ПК 2.3 ПК 2.4
	1. Основные понятия теории графов. Виды графов: ориентированные и неориентированные графы	2	
	2. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентий для графа	2	
	3. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья	2	
	Практическое занятие № 11. Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов	2	
	Практическое занятие № 12. Построение графов. Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов	2	
	Самостоятельная работа обучающихся (указывается вид и тема самостоятельной работы).	3	
Промежуточная аттестация дифференцированный зачет			
Всего:		69	

3 УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Материально-техническое обеспечение

Для реализации программы учебной дисциплины предусмотрено наличие кабинета «Математических дисциплин», оснащенный оборудованием, техническими средствами обучения:

количество посадочных мест – 40, АРМ для преподавателя (компьютерный стол, стул, ПК-монитор диагональный 23"LG) 1 шт., АРМ (компьютерный стол, стул, ПК-монитор диагональный 23"LG) 10 шт., интерактивная доска 1 шт., доска маркерная меловая комбинированная 1 шт., дидактические пособия.

Программное обеспечение:

1. Microsoft WIN VDA PerDevice AllLng (ООО "Акцент", Договор №764 от 14.10.19, лицензия № V8953642 , срок с 01.11.19 по 31.10.20);
2. Microsoft Office Pro Plus Educational AllLng (ООО "Акцент", Договор №765 от 14.10.19, лицензия № V8953642 , срок с 01.11.19 по 31.10.20);
3. Yandex (свободное);
4. Google Chrome (свободное);
5. Internet Explorer (свободное)

3.2 Информационное обеспечение реализации программы

Для реализации программы учебной дисциплины библиотечный фонд ВГУЭС укомплектован печатными и электронными изданиями.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Основная литература

1. Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. Том 2 / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. — Москва: Издательство КУРС: ИНФРА-М, 2021. — 368 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906923-34-9. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1178146> (дата обращения: 04.08.2022). – Режим доступа: по подписке.
2. Седова, Н. А. Дискретная математика: учебник для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. — Саратов: Издательство Профобразование, 2020. — 329 с. — ISBN 978-5-4488-0451-9. — Текст: электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование: [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/89997>.
3. Седова, Н. А. Дискретная математика. Сборник задач: практикум для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. — Саратов: Издательство Профобразование, 2020. — 319 с. — ISBN 978-5-4488-0506-6. — Текст: электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование: [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/89998>.

Дополнительная литература

1. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика: учебное пособие для СПО / Ю. П. Шевелев. — Санкт-Петербург: Издательство Лань, 2021. — 592 с.
2. Шевелев, Ю. П. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах): учебное пособие для СПО / Ю. П. Шевелев, Л. А. Писаренко, М. Ю. Шевелев. — Санкт-Петербург: Издательство Лань, 2021. — 524 с.

4 КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Результаты обучения	Критерии оценки	Методы оценки
Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины – Основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов. – Формулы алгебры высказываний. – Методы минимизации алгебраических преобразований. – Основы языка и алгебры предикатов. – Основные принципы теории множеств.	Характеристики демонстрируемых знаний, которые могут быть проверены: - демонстрируется понимание сущности рассматриваемых явлений и процессов; - демонстрируется умение аргументированно анализировать изучаемый материал; - ответы на тестовые задания содержат не менее 90% правильных ответов – оценка «отлично», - не менее 75% правильных ответов – оценка «хорошо», - не менее 60% правильных ответов – оценка «удовлетворительно»	Компьютерное тестирование на знание терминологии по теме Тестирование Контрольная работа Самостоятельная работа
Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины – Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики. – Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.	Характеристики демонстрируемых умений: - демонстрируется умение самостоятельно получать результаты выполнения заданий; - демонстрируется умение устанавливать связи между изучаемыми понятиями	Наблюдение за выполнением практического задания (деятельностью студента) Оценка выполнения практического задания(работы)

Для оценки достижения запланированных результатов обучения по дисциплине разработаны контрольно-оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, которые прилагаются к рабочей программе дисциплины.

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
учебной дисциплины

ОПЦ.02 Дискретная математика с элементами математической
логики

программы подготовки специалистов среднего звена

09.02.06 Сетевое и системное администрирование

Форма обучения: *очная*

Владивосток 2026

1 Общие сведения

Контрольно-оценочные средства (далее – КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу профессионального модуля ОПЦ.02 «Дискретная математика с элементами математической логики».

КОС включают в себя контрольные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по профессиональному модулю, которая проводится в форме дифференцированного зачёта

2 Планируемые результаты обучения по профессиональному модулю, обеспечивающие результаты освоения образовательной программы

Код ОК, ПК	Код результата обучения ¹	Наименование результата обучения ¹
ОК 01, ОК 02, ПК 1.1, ПК 2.1	31	Основные принципы математической логики
	32	Основы теории множеств и теории алгоритмов, основные принципы теории множеств
	33	формулы алгебры высказываний; методы минимизации алгебраических преобразований
	34	основы языка и алгебры предикатов
	У1	Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики
	У2	Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.
	У3	Применять аппарат теории множеств и теории графов для решения практических задач

3 Соответствие оценочных средств контролируемым результатам обучения

3.1 Средства, применяемые для оценки уровня теоретической подготовки

Краткое наименование раздела (модуля) / темы дисциплины	Код результата обучения	Показатель овладения результатами обучения	Наименование оценочного средства и представление его в КОС	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Раздел 1. Основы математической логики				
Тема 1.1. Алгебра высказываний	31	Способность определять логические операции, строить таблицы истинности, упрощать формулы	Контрольная работа №1 (п. 5.4)	Вопросы на диф.зачет (п. 6.1)
	У1	Умение строить таблицы истинности		
Тема 1.2. Булевы функции	33	Знание методов минимизации алгебраических преобразований	Устный опрос (п. 5.1)	Вопросы на диф.зачет (п. 6.1)
	У1	Умение строить СДНФ, СКНФ. Владение аппаратом булевых функций		
Раздел 2. Элементы теории множеств				
Тема 2.1. Основы теории множеств	32	Способность определять понятия, оперировать множествами, строить диаграммы Эйлера-Венна	Устный опрос (п. 5.1)	Вопросы на диф.зачет (п. 6.1)
	У3	Способность решать задачи на	Тест №1 (п.	

Краткое наименование раздела (модуля) / темы дисциплины	Код результата обучения	Показатель овладения результатами обучения	Наименование оценочного средства и представление его в КОС	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
			нахождение мощности, подмножеств, выполнять операции над множествами	5.3)
Раздел 3. Логика предикатов				
Тема 3.1. Основы логики предикатов	34	Способность применять правила суммы и произведения, решать комбинаторные задачи	Тест №2 (п. 5.3)	Вопросы на диф.зачет (п. 6.1)
	У2	Умение применять кванторы общности и существования. Способность формулировать задачи на языке логики предикатов		
Раздел 4. Элементы теории графов				
Тема 4.1. Основы теории графов	31, 32	Знание основных понятий теории графов. Владение методами анализа графовых структур на основе теории множеств	Контрольная работа №2 (п. 5.4)	Вопросы на диф.зачет (п. 6.1)
	У3	Способность определять свойства графов, строить матрицы смежности и инцидентности		

3.2 Средства, применяемые для оценки уровня практической подготовки

Краткое наименование раздела (модуля) / темы дисциплины	Код результата обучения	Показатель овладения результатами обучения	Наименование оценочного средства и представление его в КОС	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Раздел 2. Элементы теории множеств				
Практическое занятие № 6, 7	У3	Способность решать задачи на операции над множествами	Письменное задание №1 (п. 5.6)	Практическое задание к зачету (п 6.2)
Раздел 1. Основы математической логики				
Практическое занятие № 1, 2	У2	Способность выполнять тождественные преобразования логических выражений	Письменное задание №2 (п. 5.6)	Практическое задание к зачету (п 6.2)
Практическое занятие № 3, 4, 5	У1, У2	Способность строить и минимизировать булевы функции	Письменное задание №3 (п. 5.6)	Практическое задание к зачету (п 6.2)
Раздел 3. Логика предикатов				
Практическое занятие № 8	У2	Способность работать с предикатами, булевыми функциями	Письменное задание №4 (п. 5.6)	Практическое задание к зачету (п 6.2)
Практическое занятие № 9	У2	Способность применять кванторы	Письменное задание №5 (п. 5.6)	Практическое задание к зачету (п 6.2)
Практическое занятие № 10	У2	Способность строить отрицания высказываний	Письменное задание №6 (п. 5.6)	Практическое задание к зачету (п 6.2)

Краткое наименование раздела (модуля) / темы дисциплины	Код результата обучения	Показатель овладения результатами обучения	Наименование оценочного средства и представление его в КОС	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Раздел 4. Элементы теории графов				
Практическое занятие № 11	У.3	Способность анализировать свойства графов, строить матрицы	Письменное задание №7 (п. 5.6)	Практическое задание к зачету (п 6.2)
Практическое занятие № 12	У.3	Способность строить графы, исследовать отображения и свойства бинарных отношений с помощью графа	Письменное задание №8 (п. 5.6)	Практическое задание к зачету (п 6.2)

4 Описание процедуры оценивания

Результаты обучения по профессиональному модулю, уровень сформированности компетенций оцениваются по четырём бальной шкале оценками: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Текущая аттестация по профессиональному модулю проводится с целью систематической проверки достижений обучающихся. Объектами оценивания являются: степень усвоения теоретических знаний, уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, качество выполнения самостоятельной работы, учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой профессиональному модулю).

При проведении промежуточной аттестации оценивается достижение студентом запланированных по профессиональному модулю результатов обучения, обеспечивающих результаты освоения образовательной программы в целом.

Критерии оценивания устного ответа

5 баллов - ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

4 балла - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

3 балла – ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

2 балла – ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием

логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области.

Критерии оценивания письменной работы

5 баллов - студент выразил своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировал его, точно определив ее содержание и составляющие. Проблема раскрыта полностью, выводы обоснованы. Приведены данные отечественной и зарубежной литературы, статистические сведения, информация нормативно-правового характера. Студент владеет навыком самостоятельной работы по заданной теме; методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов изучаемой области. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; графически работа оформлена правильно.

4 балла - работа характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Проблема раскрыта. Не все выводы сделаны и/или обоснованы. Для аргументации приводятся данные отечественных и зарубежных авторов. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет. Допущены одна-две ошибки в оформлении работы.

3 балла – студент проводит достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимает базовые основы и теоретическое обоснование выбранной темы. Проблема раскрыта не полностью. Выводы не сделаны и/или выводы не обоснованы. Проведен анализ проблемы без привлечения дополнительной литературы. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы, оформлении работы.

2 балла - работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Проблема не раскрыта. Выводы отсутствуют. Допущено три или более трех ошибок в смысловом содержании раскрываемой проблемы, в оформлении работы.

Критерии оценивания тестового задания

Оценка	<i>Отлично</i>	<i>Хорошо</i>	<i>Удовлетворительно</i>	<i>Неудовлетворительно</i>
Количество правильных ответов	90-100%	75-89%	60-74%	менее 60%

Критерии выставления оценки студенту на зачете/ экзамене

Оценка по промежуточной аттестации	Характеристика качества сформированности компетенций
«зачтено» / «отлично»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на продвинутом уровне: обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
«зачтено» /	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных

«хорошо»	компетенций на базовом уровне: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
«зачтено» / «удовлетворительно»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на пороговом уровне: имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, в ходе контрольных мероприятий допускаются значительные ошибки, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ, при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
«не зачтено» / «неудовлетворительно»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на уровне ниже порогового: выявляется полное или практически полное отсутствие знаний значительной части программного материала, студент допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, умения и навыки не сформированы.

5. Примеры оценочных средств для проведения текущей аттестации

5.1 Вопросы для собеседования (устного опроса):

1. Дайте определение множества. Перечислите способы задания множеств.
2. Что такое подмножество? Приведите примеры собственных и несобственных подмножеств.
3. Объясните суть операций объединения, пересечения, разности и симметрической разности множеств. Проиллюстрируйте их на диаграммах Эйлера-Венна.
4. Дайте определение высказывания. Какие логические операции над высказываниями вам известны?
5. Что такое таблица истинности? Постройте таблицу истинности для логической операции «импликация».
6. Сформулируйте понятие логической формулы. Что такое тавтология?
7. Дайте определение предиката. Что такое кванторы общности и существования?
8. Что такое граф? Перечислите основные элементы графа (вершины, ребра).
9. Дайте определения маршрута, цепи и цикла в графе.
10. Что такое дерево? Каковы основные свойства дерева?

5.2 Темы рефератов

1. История развития теории множеств и ее парадоксы.
2. Роль математической логики в создании и развитии вычислительной техники.
3. Теория графов как инструмент для анализа социальных сетей.
4. Булева алгебра и ее применение в проектировании логических схем.
5. Нечеткая логика и ее применение в системах управления.
6. Комбинаторика: история, основные принципы и современные приложения.
7. Теория алгоритмов: от машины Тьюринга к современным вычислительным моделям.
8. Эйлеровы и гамильтоновы графы: теория и практические задачи.
9. Применение теории графов в биоинформатике.
10. Математическая логика в криптографии.

5.3 Примеры тестовых заданий

Тест №1. Тема: «Основы теории множеств»

Время выполнения: 20 минут

Вариант 1

1. Множество $A = \{1, 2, 3\}$. Укажите количество всех подмножеств множества A .
- а) 6
 - б) 7
 - в) 8
 - г) 9

Правильный ответ: в) 8

2. Для множеств $A = \{1, 2, 3\}$ и $B = \{3, 4, 5\}$ найдите $A \cap B$.
- а) $\{1, 2\}$
 - б) $\{3\}$
 - в) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
 - г) $\{4, 5\}$

Правильный ответ: б) $\{3\}$

3. Диаграммы Эйлера-Венна используются для:
- а) Решения дифференциальных уравнений
 - б) Графического изображения отношений между множествами
 - в) Построения графиков функций
 - г) Вычисления интегралов

Правильный ответ: б) Графического изображения отношений между множествами

4. Если A — множество четных чисел, а B — множество чисел, кратных 3, то $A \cap B$ — это множество чисел, кратных:
- а) 2
 - б) 3
 - в) 5
 - г) 6

Правильный ответ: г) 6

5. Укажите симметрическую разность множеств $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{c, d, e\}$.
- а) $\{a, b, d, e\}$
 - б) $\{c\}$
 - в) $\{a, b, c, d, e\}$
 - г) $\{\}$

Правильный ответ: а) $\{a, b, d, e\}$

Вариант 2

1. Укажите верное утверждение для множеств $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$ и $B = \{1, 2, 3\}$:
- а) $A \subset B$
 - б) $B \subset A$
 - в) $A = B$
 - г) $A \cap B = \emptyset$

Правильный ответ: б) $B \subset A$

2. Найдите мощность множества-степени для множества $C = \{a, b\}$.
- а) 2
 - б) 3
 - в) 4
 - г) 5

Правильный ответ: в) 4

3. Операция, при которой получают элементы, принадлежащие первому множеству, но не принадлежащие второму, называется:
- а) Объединение

б) Пересечение

в) Разность

г) Дополнение

Правильный ответ: в) Разность

4. Если универсальное множество $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, а $A = \{1, 2\}$, то дополнение множества A ($\bar{A}$) равно:

а) $\{1, 2\}$

б) $\{3, 4, 5\}$

в) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

г) $\{\}$

Правильный ответ: б) $\{3, 4, 5\}$

5. Для множеств $X = \{1, 3, 5\}$ и $Y = \{2, 4, 6\}$ объединение $X \cup Y$ равно:

а) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

б) $\{\}$

в) $\{1, 3, 5\}$

г) $\{2, 4, 6\}$

Правильный ответ: а) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

5.4 Примеры заданий для контрольной работы

Контрольная работа №1. Тема: «Логика высказываний»

Вариант 1

1. Постройте таблицу истинности для логической формулы: $(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee B)$.
Является ли эта формула тавтологией?

Ключ: Формула является тавтологией.

2. Упростите логическое выражение: $\neg(A \vee B) \wedge (\neg A \vee B)$.

Ключ: $\neg A \wedge B$

3. Проверьте, являются ли логически равносильными формулы: $\neg(A \wedge B)$ и $\neg A \vee \neg B$.

Ключ: Да, являются (закон де Моргана).

4. Запишите на языке логики высказываний высказывание: «Если идет дождь, то я остаюсь дома, и если я остаюсь дома, то я читаю книгу». Введите обозначения для простых высказываний.

Ключ: P = «Идет дождь», Q = «Я остаюсь дома», R = «Я читаю книгу». Формула: $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$.

5. Методом от противного определите, является ли формула $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ тавтологией.

Ключ: Да, является.

Контрольная работа №1. Тема: «Основы математической логики и теории множеств»

Вариант 1

1. Постройте таблицу истинности для формулы: $(A \rightarrow B) \wedge \neg B$. Проанализируйте, к какому логическому следствию она приводит.

2. Упростите логическое выражение: $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$.

3. Даны множества: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 3\}$. Найдите $(A \cap B) \cup (A \setminus B)$ и изобразите результат на диаграмме Эйлера-Венна.

4. Запишите отрицание высказывания: «Если сегодня солнечно, то мы идем гулять».

5. Определите, является ли формула $(A \vee B) \rightarrow A$ тождественно истинной.

Ключ к Варианту 1:

1. Формула ложна только когда $A=1$, $B=0$. При ложной формуле посылка $A \rightarrow B$ истинна, а $\neg B$ ложна. Вывод: формула эквивалентна $\neg A$.

2. $A \wedge (B \vee \neg B) \equiv A \wedge 1 \equiv A$.

3. $A \cap B = \{2\}$; $A \setminus B = \{4, 6\}$; Ответ: $\{2, 4, 6\}$. На диаграмме закрашиваются элементы множества A , не принадлежащие B , и их пересечение.

4. «Сегодня солнечно, и мы не идем гулять» ($P \wedge \neg Q$).

- Нет, не является. При $A=0, B=1$ формула ложна.

Вариант 2

- Постройте таблицу истинности для формулы: $\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$. Сделайте вывод.
- Упростите логическое выражение: $A \rightarrow (B \rightarrow A)$.
- Даны множества: $U = \{a,b,c,d,e\}$, $A = \{a,b,c\}$, $B = \{b,c,d\}$. Найдите $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ и изобразите результат на диаграмме Эйлера-Венна.
- Запишите отрицание высказывания: «Все студенты сдали экзамен».
- Определите, является ли формула $A \rightarrow (A \wedge B)$ тождественно истинной.

Ключ к Варианту 2:

- Формула является тавтологией (Закон де Моргана).
- $A \rightarrow (\neg B \vee A) \equiv \neg A \vee (\neg B \vee A) \equiv 1$ (тавтология).
- $A \cup B = \{a,b,c,d\}$; $A \cap B = \{b,c\}$; Ответ: $\{a,d\}$. На диаграмме закрашиваются элементы, принадлежащие только A или только B .
- «Существует студент, который не сдал экзамен» ($\exists x \neg P(x)$).
- Нет, не является. При $A=1, B=0$ формула ложна.

Контрольная работа №2. Тема: «Логика предикатов и теория графов»

Вариант 1

- Найдите область истинности предиката $P(x)$: " $x^2 - 3x + 2 = 0$ " на множестве натуральных чисел.
- Постройте отрицание высказывания: $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$.
- Дан граф с вершинами $\{1,2,3,4\}$ и ребрами $\{1-2, 2-3, 3-4, 4-1, 2-4\}$. Постройте его матрицу смежности. Является ли граф эйлеровым?
- Найдите количество ребер в полном графе с 10 вершинами.
- Постройте бинарное дерево поиска для последовательности чисел: 50, 30, 70, 20, 40, 60, 80.

Ключ к Варианту 1:

- $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)=0$. Ответ: $\{1, 2\}$.
- $\exists x (P(x) \wedge \neg Q(x))$.
- Матрица смежности:

	1	2	3	4
1	0	1	0	1
2	1	0	1	1
3	0	1	0	1
4	1	1	1	0

Степени вершин: 2, 3, 2, 3. Две вершины имеют нечетную степень, следовательно, граф не эйлеров.

- $C(10,2) = 45$.

- Дерево:

```

50
 / \
30  70
 / \ / \
20 40 60 80

```

Вариант 2

- Найдите область истинности предиката $P(x)$: " $x + 1 > 3$ " на множестве целых чисел Z .
- Постройте отрицание высказывания: $\exists x (P(x) \wedge \forall y Q(y))$.
- Дан граф с вершинами $\{A,B,C,D\}$ и ребрами $\{A-B, A-C, B-C, C-D\}$. Определите степени вершин. Является ли граф двудольным?
- Может ли дерево с 7 вершинами иметь 8 ребер? Ответ обоснуйте.

5. По матрице смежности постройте граф и определите, является ли он связным.

	A	B	C	D
A	0	1	1	0
B	1	0	1	0
C	1	1	0	1
D	0	0	1	0

Ключ к Варианту 2:

- $x + 1 > 3 \Rightarrow x > 2$. Ответ: $\{3, 4, 5, \dots\}$ (все целые числа, большие 2).
- $\forall x (\neg P(x) \vee \exists y \neg Q(y))$.
- Степени: $A=2, B=2, C=3, D=1$. Граф не является двудольным, так как содержит цикл нечетной длины (A-B-C-A).
- Нет, не может. Дерево с n вершинами всегда имеет $n-1$ ребро. Для $n=7$, ребер должно быть 6.
- Граф имеет вершины A,B,C,D и ребра A-B, A-C, B-C, C-D. Граф связный, так как из любой вершины есть путь в любую другую.

5.5 Темы эссе (рефератов, докладов, сообщений)

1. Парадоксы теории множеств (парадокс Рассела, парадокс Кантора) и их значение для оснований математики. Рассмотреть, как простые определения могут приводить к логическим противоречиям.

2. Нечеткие множества (Fuzzy Sets) и их применение в системах управления и искусственном интеллекте. Пример: системы "Умный дом", где температура может быть "прохладной" или "теплой".

3. Отношения эквивалентности и порядка: теория и применение в базах данных. Как разбиение на классы эквивалентности помогает в нормализации данных.

4. Булева алгебра множеств как теоретическая основа проектирования логических элементов ЭВМ. Связь операций над множествами (объединение, пересечение, дополнение) с логическими вентилями (И, ИЛИ, НЕ).

5. Теория графов в социальных сетях: анализ сообществ, поиск influencers, распространение информации. Что такое "число рукопожатий" и центральность вершины.

6. Графы как модель сети Интернет и протоколов маршрутизации (алгоритмы Дейкстры, Беллмана-Форда). Как данные находят кратчайший путь между серверами.

7. Деревья решений в машинном обучении и анализе данных. Как дерево помогает классифицировать данные (например, отличить спам от не-спам).

8. Дискретная математика как фундамент информатики: обзор ключевых связей. Как все изученные разделы объединяются в основе IT-специальностей.

9. Кодирование информации: дискретные основы сжатия данных (алгоритм Хаффмана) и помехоустойчивого кодирования. Как теория графов и комбинаторика помогают эффективно хранить и передавать данные.

10. История развития математической логики: от Аристотеля до Буля и Шеннона. Как идеи логики легли в основу цифровых технологий.

11. Логические элементы и их физическая реализация: от реле до транзисторов. Как абстрактная логическая функция становится физической схемой (триггер, сумматор).

5.6 Задания для практических занятий

Практическое занятие № 1-2. Тема 1.1. Алгебра высказываний

Задание 1. Постройте таблицу истинности для формулы: $(A \rightarrow B) \wedge A$

Ключ:

A	B	$A \rightarrow B$	$(A \rightarrow B) \wedge A$
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	1	1

Задание 2. Упростите логическое выражение: $A \vee (\neg A \wedge B)$

Ключ: $A \vee B$ (Закон поглощения)

Задание 3. Проверьте, является ли формула тавтологией: $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

Ключ: Да, является (закон контрапозиции).

Задание 4. Запишите формулу, выражающую исключающее «или» (XOR), через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание.

Ключ: $(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$

Задание 5. Методом от противного докажите, что формула $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ является тавтологией.

Ключ: Предположим, что формула ложна. Тогда обе импликации ложны. $A \rightarrow B$ ложно только при $A=1, B=0$. $B \rightarrow A$ ложно только при $B=1, A=0$. Эти условия не могут выполняться одновременно. Противоречие. Формула тавтология.

Практическое занятие № 3. Тема 1.2. Булевы функции

Задание 1. Постройте таблицу истинности для формулы: $\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$.

Решение (Ключ):

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$	$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1

Вывод: Формула является тавтологией (всегда истинна). Это известный закон де Моргана.

Задание 2. Упростите выражение: $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$.

Решение (Ключ):

1. Заменяем импликации: $(A \rightarrow B) \equiv \neg A \vee B$, $(B \rightarrow A) \equiv \neg B \vee A$.
2. Получим: $(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$.
3. Это выражение является определением эквиваленции $(A \equiv B)$.

Упрощенный вид: $A \leftrightarrow B$.

Задание 3. Определите, является ли формула тождественно ложной: $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$.

Решение (Ключ): Формула является тавтологией (всегда истинна), а не тождественно ложной.

Задание 4. Проверьте равносильность без таблиц истинности: $A \rightarrow (B \vee C)$ и $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$.

Решение (Ключ):

- Преобразуем правую часть, заменяя импликации: $(\neg A \vee B) \vee (\neg A \vee C) \equiv \neg A \vee B \vee \neg A \vee C \equiv \neg A \vee (B \vee C)$.
- Левая часть после преобразования: $A \rightarrow (B \vee C) \equiv \neg A \vee (B \vee C)$.
- Получили два идентичных выражения: $\neg A \vee (B \vee C)$.

Вывод: Формулы равносильны.

Задание 5. Запишите отрицание высказывания: «Если число четное, то оно делится на 2».

Решение (Ключ):

- Пусть P : «Число четное», Q : «Число делится на 2». Исходное высказывание: $P \rightarrow Q$.
 - Отрицание импликации: $\neg(P \rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$.
 - Сформулируем отрицание на русском языке: «Число четное и оно не делится на 2».
- Логически это противоречие, что и подтверждает правильность отрицания.*

Практическое занятие № 4-5. Тема 1.2. Булевы функции

Задание 1. По таблице истинности постройте СДНФ для функции $f(A,B)$, заданной вектором значений (0,1,1,0).

Ключ: $f(A,B) = (\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$

Задание 2. Найдите МДНФ для функции $f(A,B,C) = A \vee (B \wedge C)$.

Ключ: $A \vee (B \wedge C)$ (уже минимальная).

Задание 3. С помощью карты Карно минимизируйте функцию, заданную вектором (1,0,0,1,0,1,1,1) для трех переменных A,B,C .

Ключ: $f(A,B,C) = \neg B \vee C \vee (A \wedge \neg C)$ (Возможны другие эквивалентные формы).

Задание 4. Представьте функцию $f(A,B) = A \oplus B$ (XOR) в виде полинома Жегалкина.

Ключ: $f(A,B) = A \oplus B$

Задание 5 Проверьте, является ли система функций $\{\wedge, \oplus, 1\}$ полной.

Ключ: Нет, так как все функции в этой системе линейны или сохраняют константу 1, и невозможно получить, например, отрицание (нелинейную функцию).

Практическое занятие № 6-7. Тема 2.1. Элементы теории множеств

Задание 1.

1. Даны множества: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Найдите:

- $A \cup B$
- $A \cap C$
- $B \setminus C$
- $A \Delta C$ (симметрическая разность)
- $\bar{A}$ (дополнение A до U)

Ключ: а) $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$; б) $\{2,4\}$; в) $\{7,9\}$; г) $\{6,8,10,1,3,5\}$; д) $\{1,3,5,7,9\}$

Задание 2. Изобразите на диаграммах Эйлера-Венна множества $(A \cap B) \setminus C$.

Задание 3. Докажите тождество: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Задание 4. Найдите мощность множества всех двузначных чисел, которые делятся на 3 или на 5.

Задание 5. Пусть $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq 3\}$. Задайте множество A перечислением всех его элементов. Найдите его мощность.

Ключ: $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$; $|A| = 5$

Задание 6. Даны множества: $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$. Найдите $(A \cap B) \cup (A \setminus B)$.

Ключ: $A \cap B = \{3\}$; $A \setminus B = \{1, 5\}$; Объединение: $\{1, 3, 5\} = A$.

Задание 7. Изобразите на диаграммах Эйлера-Венна область $(A \cup B) \setminus C$.

Ключ: Изображается объединение кругов A и B , из которого удалена область, принадлежащая кругу C .

Задание 8. Докажите тождество: $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Ключ: Используется определение разности множеств и закон де Моргана для множеств.

Задание 9. Найдите декартово произведение множеств $A = \{x, y\}$ и $B = \{1, 2\}$.

Ключ: $A \times B = \{(x, 1), (x, 2), (y, 1), (y, 2)\}$.

Задание 10. Пусть A и B — конечные множества, причем $|A| = 5$, $|B| = 3$, $|A \cup B| = 7$.

Найдите $|A \cap B|$.

Ключ: По формуле включений-исключений: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$. $7 = 5 + 3 - |A \cap B| \Rightarrow |A \cap B| = 1$.

Практическое занятие № 8-10. Тема 3.1. Логика предикатов

Задание 1. Найдите область истинности предиката $P(x)$: " $x^2 < 10$ " на множестве целых чисел. *Ключ:* $x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

Задание 2. Постройте отрицание высказывания: $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$.

Ключ: $\exists x (P(x) \wedge \neg Q(x))$.

Задание 3. Определите значение истинности высказывания $\exists x \in \mathbb{Z}: x^2 = 2$.

Ключ: Ложно, не существует целого числа, квадрат которого равен 2.

Задание 4. Запишите утверждение «Каждое четное число, большее 2, можно представить в виде суммы двух простых чисел» (гипотеза Гольдбаха) на языке логики предикатов.

Ключ: $\forall x ((x \text{ — четное}) \wedge (x > 2) \rightarrow \exists y \exists z ((y \text{ — простое}) \wedge (z \text{ — простое}) \wedge (x = y + z)))$.

Задание 5. Проверьте, равносильны ли формулы: $\neg \forall x P(x)$ и $\exists x \neg P(x)$.

Ключ: Да, равносильны. Это правило де Моргана для кванторов.

Практическое занятие №11-12 Тема 4.1. Элементы теории графов

Задание 1. Дан граф (Вершины: $\{1, 2, 3, 4\}$ Ребра: $\{1-2, 1-3, 2-3, 2-4, 3-4\}$). Определите степени всех вершин. Является ли граф полным? **Ответ:** Граф не является полным. В полном графе с 4 вершинами (K_4) каждая вершина должна иметь степень 3, и должно быть $C(4, 2) = 6$ ребер. В нашем графе 5 ребер

Задание 2. Постройте матрицу смежности для заданного графа.

Решение (Ключ): Матрица смежности (вершины в порядке 1, 2, 3, 4):

	1	2	3	4
1	0	1	1	0
2	1	0	1	1
3	1	1	0	1
4	0	1	1	0

	1	2	3	4
1	0	1	1	0
2	1	0	1	1
3	1	1	0	1
4	0	1	1	0

Задание 3. Найдите количество ребер в полном графе с 8 вершинами.

Решение:

В полном графе К число ребер равно $C(n, 2) = n(n-1)/2$.

Для $n=8$: $C(8, 2) = 8 \times 7 / 2 = 56 / 2 = 28$.

Ответ: 28 ребер

Задание 4. Определите, является ли заданный граф эйлеровым.

Задание 5. По матрице инцидентности восстановите граф.

Матрица (строки - вершины 1,2,3,4; столбцы - ребра e_1, e_2, e_3, e_4, e_5):

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
1	1	1	0	0	0
2	1	0	1	1	0
3	0	1	1	0	1
4	0	0	0	1	1

Решение:

Анализируем столбцы:

e_1 : вершины 1 и 2.

e_2 : вершины 1 и 3.

e_3 : вершины 2 и 3.

e_4 : вершины 2 и 4.

e_5 : вершины 3 и 4.

Восстановленный граф идентичен графу G из задания 1.

Задание 6. Постройте бинарное дерево поиска для последовательности чисел: 10, 5, 15, 3, 7, 12, 18.

Решение (Ключ):

Корень: 10.

Левое поддерево (меньше 10): 5, 3, 7.

5 становится левым ребенком 10.

3 (меньше 5) становится левым ребенком 5.

7 (больше 5) становится правым ребенком 5.

Правое поддерево (больше 10): 15, 12, 18.

15 становится правым ребенком 10.

12 (меньше 15) становится левым ребенком 15.

18 (больше 15) становится правым ребенком 15.

Графическое представление:

10

/ \

5 15

/ \ / \

3 7 12 18

Задание 7. Удалите из дерева вершину со значением 5. Покажите полученное дерево.

10

/ \

7 15

/ \

3 12 18

Задание 8. Дан граф. Определите, является ли он деревом. Вершины: {A,B,C,D}, Ребра: {A-B, A-C, B-D}.

Ключ: Нет, не является. Не хватает ребра для вершины C или D, чтобы граф был связным. Или есть цикл? Проверяем: Граф несвязный (вершина C соединена только с A, но между D и C нет пути). Значит, не дерево.

Практическое занятие № 13. Тема 2.1. Элементы теории множеств (продолжение)

Задание 1. Докажите тождество: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (дистрибутивность пересечения относительно объединения) с помощью диаграмм Эйлера-Венна и аналитически.

Ключ: Строятся две диаграммы, показывающие равенство левой и правой частей. Аналитическое доказательство: $x \in A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow x \in A \text{ и } (x \in B \text{ или } x \in C) \Leftrightarrow (x \in A \text{ и } x \in B) \text{ или } (x \in A \text{ и } x \in C) \Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Задание 2. Найдите мощность множества всех подмножеств множества $X = \{a, b, c, d\}$. Сколько из них имеют мощность 2?

Ключ: $|P(X)| = 2^4 = 16$. Количество подмножеств мощности 2: $C(4,2) = 6$.

Практическое занятие № 14. Тема 4.1. Элементы теории графов (продолжение)

Задание 1. Найдите все простые цепи из вершины A в вершину D в графе: Вершины: {A,B,C,D}, Ребра: {A-B, B-C, C-D, A-C, B-D}.

Ключ: Возможные цепи: A-B-D, A-B-C-D, A-C-D, A-C-B-D.

Задание 2. Проверьте, является ли следующий граф гамильтоновым (содержит цикл, проходящий через все вершины по одному разу). Вершины: {1,2,3,4,5}, Ребра: {1-2, 1-3, 2-4, 3-4, 3-5, 4-5}.

Ключ: Граф является гамильтоновым. Пример гамильтонова цикла: 1-2-4-5-3-1.

6. Примеры оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

1. Понятие множества. Способы задания множеств. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, дополнение) и их свойства. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Булева алгебра множеств. Законы де Моргана для множеств. Доказательство тождеств теории множеств.
3. Понятие высказывания. Логические операции: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция. Таблицы истинности.
4. Логические законы: тождества, исключенного третьего, противоречия, двойного отрицания, де Моргана. Логическая равносильность формул.
5. Понятие логической формулы. Тавтологии, противоречия, выполнимые формулы. Понятие логического следствия.
6. Булевы функции. Способы задания булевых функций: табличный, формульный. Совершенные дизъюнктивная (СДНФ) и конъюнктивная (СКНФ) нормальные формы.
7. Минимизация булевых функций. Метод карт Карно (диаграмм Вейча).
8. Понятие предиката. Область истинности предиката. Кванторы общности ($\forall$) и существования ($\exists$).
9. Логика предикатов. Формулы логики предикатов. Отрицание высказываний с кванторами.
10. Основные понятия теории графов: неориентированный граф, вершины, ребра, степень вершины. Лемма о рукопожатиях.
11. Матричное представление графов: матрица смежности, матрица инцидентности.
12. Понятие маршрута, цепи, цикла, пути, контура. Связность графов. Компоненты связности.
13. Классификация графов: полные, двудольные, регулярные, планарные графы.
14. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Теорема Эйлера.
15. Гамильтоновы графы. Необходимые и достаточные условия гамильтоновости.
16. Деревья. Определение и свойства деревьев. Корневые деревья. Бинарные деревья поиска.
17. Ориентированные графы (орграфы). Степени вершин орграфа.
18. Отношения на множествах. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность.
19. Отношения эквивалентности. Классы эквивалентности. Фактор-множество.
20. Отношения порядка: строгого и нестрогого, линейного и частичного.
21. Применение дискретной математики в информатике: основы алгебры логики в проектировании процессоров, теория графов в сетевых технологиях и базах данных, теория множеств в теории вероятностей и программировании.

6.2. Примеры заданий для письменной зачетной работы

ВАРИАНТ 1

1. Выполните операции над множествами: $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$. Найдите $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.
2. Упростите логическое выражение: $\neg(A \rightarrow B) \vee (\neg A \wedge B)$.
3. Постройте таблицу истинности для формулы $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$. Определите, является ли она тавтологией.
4. Постройте граф по заданной матрице смежности и определите его характеристики (число вершин, ребер, степени вершин).

ВАРИАНТ 2

1. Теория множеств. Даны множества: $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Найдите множество $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.
2. Логика. Упростите логическое выражение: $\neg(A \rightarrow B) \vee (A \wedge \neg B)$.

3. Теория графов. Дан граф с 6 вершинами. Степени пяти вершин известны: 2, 2, 3, 3, 4. Чему равна степень шестой вершины?

ВАРИАНТ 3

1. Теория множеств. Для универсального множества $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ и множеств $A = \{1,3,5,7\}$, $B = \{2,3,4,5\}$ найдите дополнение множества $(A \cap B)$ до U .

2. Логика. Постройте таблицу истинности для формулы: $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$. Является ли она тавтологией?

3. Теория графов. Постройте матрицу смежности для полного графа с 4 вершинами (K_4).

ВАРИАНТ 4

1. Теория множеств. Докажите, используя законы алгебры множеств, что $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) = \bar{B}$.

2. Логика. Запишите отрицание высказывания: «Если сегодня пятница, то завтра суббота».

3. Теория графов. Может ли существовать связный граф с 7 вершинами и 5 ребрами? Ответ обоснуйте.

ВАРИАНТ 5

1. Теория множеств. Изобразите на диаграмме Эйлера-Венна множества $(A \cup B) \setminus C$.

2. Логика. Проверьте равносильность формул без построения таблиц истинности: $A \rightarrow (B \wedge C)$ и $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$.

3. Теория графов. Дан граф. Вершины: $\{A, B, C, D\}$. Ребра: $\{A-B, A-C, B-C, C-D\}$. Является ли он эйлеровым? Ответ обоснуйте.

ВАРИАНТ 6

1. Теория множеств. Найдите мощность множества $X = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 4, x \text{ кратно } 2\}$.

2. Логика. Для формулы $(A \vee B) \rightarrow C$ запишите обратное и противоположное утверждения.

3. Теория графов. Постройте бинарное дерево поиска для последовательности чисел: 8, 3, 10, 1, 6, 14, 4. Найдите его высоту.

Ключи для проверки

ВАРИАНТ 1

1. $A \setminus B = \{6, 8\}$; $B \setminus A = \{1, 3, 5\}$; Ответ: $\{1, 3, 5, 6, 8\}$.

2. $\neg(A \rightarrow B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv (A \wedge \neg B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv A \wedge \neg B$. Ответ: $A \wedge \neg B$.

3. Сумма степеней всех вершин графа четна и равна удвоенному количеству ребер. $2+2+3+3+4+x = 14+x$ — должно быть четным. x — четное. Минимальная степень 1, максимальная 5. Подходит $x=2$. Ответ: 2.

ВАРИАНТ 2

1. $A \cap B = \{3,5\}$. $(A \cap B)$ с чертой $= U \setminus \{3,5\} = \{1,2,4,6,7\}$. Ответ: $\{1,2,4,6,7\}$.

2. Формула $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$ ложна только когда посылка истинна, а следствие ложно. Но если $A \wedge B$ истинно, то $A \vee B$ тоже истинно. Ответ: Таблица показывает, что формула всегда истинна (тавтология).

3. В полном графе K_4 каждая вершина соединена с каждой.

	A	B	C	D
A	0	1	1	1
B	1	0	1	1
C	1	1	0	1
D	1	1	1	0

ВАРИАНТ 3

1. $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup B) =$ (по дистрибутивности) $B \cup (A \cap \bar{A}) = B \cup \emptyset = B$. Что и требовалось доказать.

2. Отрицание импликации $P \rightarrow Q$ есть $P \wedge \neg Q$. Ответ: «Сегодня пятница, и завтра не суббота».

3. Не может. В связном графе с n вершинами должно быть не менее $n-1$ ребра. Для $n=7$ минимальное количество ребер равно 6. Ответ: Нет, так как $5 < 6$.

ВАРИАНТ 4

1. Изображается три пересекающихся круга A, B, C . Закрашивается область, принадлежащая A или B , но не принадлежащая C .

2. $A \rightarrow (B \wedge C) \equiv \neg A \vee (B \wedge C)$. $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \equiv \neg A \vee (B \wedge C)$ (по дистрибутивности). Выражения одинаковы. Ответ: Равносильны.

3. Степени вершин: $\deg(A)=2, \deg(B)=2, \deg(C)=3, \deg(D)=1$. Есть 2 вершины с нечетной степенью (C и D). Ответ: Не является эйлеровым (нет эйлерова цикла), но является полуэйлеровым (есть эйлеров путь).

ВАРИАНТ 5

1. $X = \{-2, 0, 2\}$. Ответ: $|X| = 3$.

2. Обратное: $C \rightarrow (A \vee B)$.

Противоположное: $\neg(A \vee B) \rightarrow \neg C \equiv (\neg A \wedge \neg B) \rightarrow \neg C$.

3. Дерево:

```

      8
     /\
    3 10
   /\  \
  1 6 14
   /
  4

```

Высота (максимальная глубина от корня до листа: $8 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 4$) равна 3. Ответ: 3.