

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**ОП.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

программы подготовки специалистов среднего звена

**09.02.01 Компьютерные системы и комплексы**

Форма обучения: *очная*

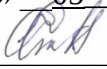
Владивосток 2026

Рабочая программа учебной дисциплины ОП.02 «Дискретная математика» разработаны в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы, утверждённого приказом Минпросвещения России от 25 мая 2022 г. № 362, примерной образовательной программой.

Разработчик(и): Е.А. Стефанович, преподаватель

Рассмотрено и одобрено на заседании цикловой методической комиссии

Протокол № 9 от « 18 » 05 2026 г.

Председатель ЦМК  Е.А. Стефанович  
подпись

## **СОДЕРЖАНИЕ**

- 1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ  
ДИСЦИПЛИНЫ**
- 3 УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 4 КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРИМЕРНОЙ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## ОП.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

### 1.1 Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Учебная дисциплина «Дискретная математика» является обязательной частью общепрофессионального цикла примерной основной образовательной программы в соответствии с ФГОС СПО по специальности 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы.

### 1.2 Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

| Код<br>ПК, ОК                        | Умения                                                                                                                                                                                   | Знания                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОК 01<br>ОК 02<br>ПК 1.1.<br>ПК 2.1. | <u>Уметь:</u><br>Строить и анализировать дискретные модели;<br>анализировать логику высказываний и утверждений;<br>применять математический аппарат для построения и анализа алгоритмов; | <u>Знать:</u><br>Основы теории множеств;<br>основы математической логики;<br>основы комбинаторики и комбинаторного анализа;<br>основы теории графов и их применение. |

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

| Вид учебной работы                                        | Объем часов             |
|-----------------------------------------------------------|-------------------------|
| <b>Объем образовательной программы учебной дисциплины</b> | <b>87</b>               |
| <b>в том числе:</b>                                       |                         |
| – теоретическое обучение                                  | 30                      |
| – практические занятия                                    | 46                      |
| – лабораторные занятия                                    | <i>не предусмотрено</i> |
| – курсовая работа (проект)                                | <i>не предусмотрено</i> |
| – самостоятельная работа                                  | 5                       |
| – консультации                                            | 6                       |
| – промежуточная аттестация – дифференцированный зачет     |                         |

## 2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

| Наименование разделов и тем                              | Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся                                                                                                                 | Объем, ак. ч /<br>в том числе<br>в форме<br>практической<br>подготовки, ак. ч | Коды компетенций<br>и личностных<br>результатов,<br>формированию<br>которых способствует<br>элемент программы |
|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                                                        | 2                                                                                                                                                                                          | 3                                                                             | 4                                                                                                             |
| <b>Раздел 1. Основы теории множеств</b>                  |                                                                                                                                                                                            | <b>7</b>                                                                      | ОК 01, ОК 02<br>ПК 1.1, ПК 2.1                                                                                |
| <b>Тема 1.1.</b><br>Основы теории<br>множеств            | <b>Содержание учебного материала</b>                                                                                                                                                       | <b>6</b>                                                                      |                                                                                                               |
|                                                          | 1. Понятие множества. Подмножества. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера — Венна. Алгебра множеств. Отношения во множествах. Прямое произведение множеств. Отображения и их свойства | 2                                                                             |                                                                                                               |
|                                                          | <b>В том числе практических и лабораторных занятий</b>                                                                                                                                     | <b>4</b>                                                                      |                                                                                                               |
|                                                          | Практическое занятие № 1. Решение задач на определение мощности множества и подмножества.                                                                                                  | 2                                                                             |                                                                                                               |
|                                                          | Практическое занятие № 2. Действия над множествами                                                                                                                                         | 2                                                                             |                                                                                                               |
|                                                          | <b>Самостоятельная работа обучающихся</b>                                                                                                                                                  | <b>1</b>                                                                      |                                                                                                               |
| <b>Раздел 2. Математическая логика</b>                   |                                                                                                                                                                                            | <b>30</b>                                                                     |                                                                                                               |
| <b>Тема 2.1.</b><br><b>Логика</b><br><b>высказываний</b> | <b>Содержание учебного материала</b>                                                                                                                                                       | <b>12</b>                                                                     | ОК 01, ОК 02<br>ПК 1.1, ПК 2.1                                                                                |
|                                                          | 1. Высказывания и операции над ними. Формулы логики высказываний.                                                                                                                          | 2                                                                             |                                                                                                               |
|                                                          | 2. равносильность формул. Принцип двойственности. Тождественно истинные формулы.                                                                                                           | 2                                                                             |                                                                                                               |
|                                                          | <b>В том числе практических и лабораторных занятий</b>                                                                                                                                     | <b>8</b>                                                                      |                                                                                                               |
|                                                          | Практическое занятие № 3, 4. Формулы логики высказываний                                                                                                                                   | 4                                                                             |                                                                                                               |
|                                                          | Практическое занятие № 5, 6. Тождественные преобразования высказываний                                                                                                                     | 4                                                                             |                                                                                                               |
|                                                          | <b>Самостоятельная работа обучающихся</b>                                                                                                                                                  |                                                                               |                                                                                                               |
| <b>Тема 2.2.</b><br><b>Логика предикатов</b>             | <b>Содержание учебного материала</b>                                                                                                                                                       | <b>16</b>                                                                     | ОК 01, ОК 02<br>ПК 1.1, ПК 2.1                                                                                |
|                                                          | 1. Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов и логические законы.                                                                        | 2                                                                             |                                                                                                               |
|                                                          | 2. Выполнимые формулы и проблема разрешения. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов.                                                                                               | 2                                                                             |                                                                                                               |
|                                                          | 3. Двоичные векторы. Булева алгебра: логические функции, классы                                                                                                                            | 2                                                                             |                                                                                                               |

|                                                         |                                                                                                              |           |                                |
|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------|
|                                                         | логических функций.                                                                                          |           |                                |
|                                                         | <b>В том числе практических и лабораторных занятий</b>                                                       | <b>10</b> |                                |
|                                                         | Практическое занятие № 7, 8. Логические законы.                                                              | 4         |                                |
|                                                         | Практическое занятие № 9. Выполнение операций над предикатами.                                               | 2         |                                |
|                                                         | Практическое занятие № 10. Действия с двоичными векторами                                                    | 2         |                                |
|                                                         | Практическое занятие № 11 Булева алгебра.                                                                    | 2         |                                |
|                                                         | <b>Самостоятельная работа обучающихся</b>                                                                    | <b>2</b>  |                                |
| <b>Раздел 3. Основы комбинаторики</b>                   |                                                                                                              | <b>28</b> |                                |
| <b>Тема 3.1.<br/>Конечные множества и комбинаторика</b> | <b>Содержание учебного материала</b>                                                                         | <b>10</b> | ОК 01, ОК 02<br>ПК 1.1, ПК 2.1 |
|                                                         | 1. Правило суммы и правило произведения. Принцип Дирихле.                                                    | 4         |                                |
|                                                         | 2. Размещения и перестановки. Сочетания. Свойства биномиальных коэффициентов. Принцип включения и исключения |           |                                |
|                                                         | <b>В том числе практических и лабораторных занятий</b>                                                       | <b>6</b>  |                                |
|                                                         | Практическое занятие № 12. Решение практических задач на число сочетаний и размещений.                       | 2         |                                |
|                                                         | Практическое занятие № 13, 14. Определение биномиальных коэффициентов.                                       | 4         |                                |
|                                                         | <b>Самостоятельная работа обучающихся</b>                                                                    |           |                                |
| <b>Тема 3.2.<br/>Вероятность</b>                        | <b>Содержание учебного материала</b>                                                                         | <b>14</b> | ОК 01, ОК 02<br>ПК 1.1, ПК 2.1 |
|                                                         | 1. Пространство равновероятных исходов. Условная вероятность. Независимые события. Схема Бернулли.           | 2         |                                |
|                                                         | 2. Случайные величины. Биномиальное распределение.                                                           | 2         |                                |
|                                                         | 3. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.                                                                | 2         |                                |
|                                                         | <b>В том числе практических и лабораторных занятий</b>                                                       | <b>8</b>  |                                |
|                                                         | Практическое занятие № 15, 16. Определение вероятности событий.                                              | 4         |                                |
|                                                         | Практическое занятие № 17,18. Формула полной вероятности.                                                    | 4         |                                |
|                                                         | <b>Самостоятельная работа обучающихся</b>                                                                    |           |                                |
| <b>Тема 3.3.<br/>Комбинаторный анализ</b>               | <b>Содержание учебного материала</b>                                                                         | <b>4</b>  | ОК 01, ОК 02<br>ПК 1.1, ПК 2.1 |
|                                                         | 1. Степенные ряды и рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи и их практическое применение.                  | 2         |                                |
|                                                         | <b>В том числе практических и лабораторных занятий</b>                                                       | <b>2</b>  |                                |
|                                                         | Практическое занятие № 19. Вывод рекуррентных формул.                                                        | 2         |                                |
|                                                         | <b>Самостоятельная работа обучающихся</b>                                                                    |           |                                |
| <b>Раздел 4. Основы теории графов</b>                   |                                                                                                              | <b>16</b> |                                |

|                                 |                                                                                                                |           |                                |
|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|--------------------------------|
| <b>Тема 4.1.<br/>Графы</b>      | <b>Содержание учебного материала</b>                                                                           | <b>10</b> | ОК 01, ОК 02<br>ПК 1.1, ПК 2.1 |
|                                 | 1. Понятие графа. Маршруты, цепи и циклы.                                                                      | 2         |                                |
|                                 | 2. Эйлеровы цепи и циклы. Матрицы смежности и инцидентности.<br>Применение теории графов к анализу алгоритмов. | 2         |                                |
|                                 | <b>В том числе практических и лабораторных занятий</b>                                                         | <b>6</b>  |                                |
|                                 | Практическое занятие № 20, 21. Определение свойств графов                                                      | 4         |                                |
|                                 | Практическое занятие № 22. Решение задач                                                                       | 2         |                                |
|                                 | <b>Самостоятельная работа обучающихся</b>                                                                      |           |                                |
| <b>Тема 4.2.<br/>Деревья</b>    | <b>Содержание учебного материала</b>                                                                           | <b>4</b>  | ОК 01, ОК 02<br>ПК 1.1, ПК 2.1 |
|                                 | Понятие дерева. Остовное дерево связного графа. Ориентированные и упорядоченные деревья. Бинарные деревья.     | 2         |                                |
|                                 | <b>В том числе практических и лабораторных занятий</b>                                                         | <b>2</b>  |                                |
|                                 | Практическое занятие № 23. Построение бинарного дерева поиска для структур данных                              | 2         |                                |
|                                 | <b>Самостоятельная работа обучающихся</b>                                                                      | 2         |                                |
| <b>Консультация</b>             |                                                                                                                | <b>6</b>  |                                |
| <b>Промежуточная аттестация</b> |                                                                                                                |           |                                |
| <b>Всего:</b>                   |                                                                                                                | <b>87</b> |                                |

### **3 УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **3.1 Материально-техническое обеспечение**

Кабинет «Математических дисциплин», оснащенный оборудованием, техническими средствами обучения:

количество посадочных мест – 40, АРМ для преподавателя (компьютерный стол, стул, ПК-монитор диагональный 23"LG) 1 шт., АРМ (компьютерный стол, стул, ПК-монитор диагональный 23"LG) 10 шт., интерактивная доска 1 шт., доска маркерная меловая комбинированная 1 шт., дидактические пособия.

#### **Программное обеспечение:**

1. Microsoft WIN VDA PerDevice AllLng (ООО "Акцент", Договор №764 от 14.10.19, лицензия № V8953642 , срок с 01.11.19 по 31.10.20);
2. Microsoft Office Pro Plus Educational AllLng (ООО "Акцент", Договор №765 от 14.10.19, лицензия № V8953642 , срок с 01.11.19 по 31.10.20);
3. Yandex (свободное);
4. Google Chrome (свободное);
5. Internet Explorer (свободное)

#### **3.2. Информационное обеспечение реализации программы**

Для реализации программы учебной дисциплины библиотечный фонд ВВГУ укомплектован печатными и электронными изданиями.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

#### **Основная литература**

1. Дискретная математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М. С. Спирина, П. А. Спирин. - 4-е изд. стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2019.
2. Спирина, М. С. Дискретная математика. Сборник задач с алгоритмами решений: учебное пособие / М. С. Спирина, П. А. Спирин. - М.: Издательский Центр "Академия", 2018.-288 с.

#### **Электронные ресурсы**

1. Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник : в 2 томах. Том 2 / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. — Москва: КУРС : ИНФРА-М, 2021. — 368 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906923-34-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1178146> (дата обращения: 04.08.2022). – Режим доступа: по подписке.
2. Вороненко, А. А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / А. А. Вороненко, В. С. Федорова. — 2-е изд., испр. — М.: ИНФРА-М, 2020. — 105 с. - Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/1045617>.
3. Гусева, А. И. Дискретная математика: сборник задач [Электронный ресурс] / А. И. Гусева, В. С. Киреев, А. Н. Тихомирова. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2021. — 224 с. - Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/1094740>.
4. Седова, Н. А. Дискретная математика: учебник для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. — Саратов: Профобразование, 2020. — 329 с. — ISBN 978-5-4488-0451-9. —



Текст: электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО ПРОФобразование: [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/89997>.

5. Седова, Н. А. Дискретная математика. Сборник задач: практикум для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. — Саратов: Профобразование, 2020. — 319 с. — ISBN 978-5-4488-0506-6. — Текст: электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО ПРОФобразование: [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/89998>.

6. Хусаинов, А. А. Дискретная математика: учебное пособие для СПО / А. А. Хусаинов. — Саратов: Профобразование, 2019. — 77 с. — ISBN 978-5-4488-0281-2. — Текст: электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО ПРОФобразование: [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/86136>.

7. Мальцев, И. А. Дискретная математика : учебное пособие для спо / И. А. Мальцев. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-6833-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153645>

8. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие для спо / Ю. П. Шевелев. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-7504-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/161638> .

9. Шевелев, Ю. П. Прикладные вопросы дискретной математики : учебное пособие для спо / Ю. П. Шевелев. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 456 с. — ISBN 978-5-8114-7822-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/180814> .

#### 4 КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

| Результаты обучения                                                                                                                                                              | Критерии оценки                                                                       | Методы оценки                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| <b>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины</b>                                                                                                                          |                                                                                       |                                                              |
| <b>Знать:</b><br>основы теории множеств;<br><br>основы математической логики;<br><br>основы комбинаторики и комбинаторного анализа;<br><br>основы теории графов и их применение. | Не менее 60% верных ответов                                                           | Тестовые задания                                             |
| <b>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины</b>                                                                                                                          |                                                                                       |                                                              |
| <b>Уметь:</b><br>строить и анализировать дискретные модели;<br><br>анализировать логику                                                                                          | Результаты выполнения практических заданий полностью соответствуют эталонным – оценка | Наблюдения в процессе выполнения практических и контрольных/ |

|                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| <p>высказываний и утверждений;</p> <p>применять математический аппарат для построения и анализа алгоритмов</p> | <p>«отлично»,</p> <p>результаты выполнения практических заданий соответствуют эталонным с незначительными отклонениями – оценка «хорошо»,</p> <p>результаты выполнения практических заданий частично соответствуют эталонным – оценка «удовлетворительно»,</p> <p>результаты выполнения практических заданий не соответствуют эталонным – оценка «неудовлетворительно».</p> | <p>экзаменационных заданий</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|

Для оценки достижения запланированных результатов обучения по дисциплине разработаны контрольно-оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, которые прилагаются к рабочей программе дисциплины.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

**КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА**  
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
учебной дисциплины

**ОП.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**  
программы подготовки специалистов среднего звена

**09.02.01 Компьютерные системы и комплексы**

Форма обучения: *очная*

Владивосток 2026

Контрольно-оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации профессионального модуля ОП.02 «Дискретная математика» разработаны в соответствии с требованиями ФГОС СПО по специальности 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы, утвержденного приказом Минпросвещения России от 25 мая 2022 г. № 362, примерной образовательной программой, рабочей программой учебной дисциплины.

Разработчик(и): Е.А. Стефанович, преподаватель

## 1 Общие сведения

Контрольно-оценочные средства (далее – КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу профессионального модуля ОП.02 «Дискретная математика».

КОС включают в себя контрольные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по профессиональному модулю, которая проводится в форме дифференцированного зачёта

## 2 Планируемые результаты обучения по профессиональному модулю, обеспечивающие результаты освоения образовательной программы

| Код ОК, ПК                            | Код результата обучения <sup>1</sup> | Наименование результата обучения <sup>1</sup>                              |
|---------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| ОК 01,<br>ОК 02,<br>ПК 1.1,<br>ПК 2.1 | 31                                   | Знать основы теории множеств                                               |
|                                       | 32                                   | Знать основы математической логики                                         |
|                                       | 33                                   | Знать основы комбинаторики и комбинаторного анализа                        |
|                                       | 34                                   | Знать основы теории графов и их применение                                 |
|                                       | У1                                   | Уметь строить и анализировать дискретные модели                            |
|                                       | У2                                   | Уметь анализировать логику высказываний и утверждений                      |
|                                       | У3                                   | Уметь применять математический аппарат для построения и анализа алгоритмов |

## 3 Соответствие оценочных средств контролируемым результатам обучения

### 3.1 Средства, применяемые для оценки уровня теоретической подготовки

| Краткое наименование раздела (модуля) / темы дисциплины | Код результата обучения | Показатель овладения результатами обучения                                                        | Наименование оценочного средства и представление его в КОС |                               |
|---------------------------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-------------------------------|
|                                                         |                         |                                                                                                   | Текущий контроль                                           | Промежуточная аттестация      |
| Раздел 1. Основы теории множеств                        |                         |                                                                                                   |                                                            |                               |
| Тема 1.1. Основы теории множеств                        | 31                      | Способность определять понятия, оперировать множествами, строить диаграммы Эйлера-Венна           | Устный опрос (п. 5.1)                                      | Вопросы на диф.зачет (п. 6.1) |
|                                                         | У1                      | Способность решать задачи на нахождение мощности, подмножеств, выполнять операции над множествами | Тест №1 (п. 5.3)                                           | Вопросы на диф.зачет (п. 6.1) |
| Раздел 2. Математическая логика                         |                         |                                                                                                   |                                                            |                               |
| Тема 2.1. Логика высказываний                           | 3.2                     | Способность определять логические операции, строить таблицы истинности, упрощать формулы          | Контрольная работа №1 (п. 5.4)                             | Вопросы на диф.зачет (п. 6.1) |
| Тема 2.2. Логика предикатов                             | 3.2                     | Способность работать с кванторами, определять область истинности предикатов                       | Устный опрос (п. 5.1)                                      | Вопросы на диф.зачет (п. 6.1) |
| Раздел 3. Основы комбинаторики                          |                         |                                                                                                   |                                                            |                               |
| Тема 3.1. Конечные множества и комбинаторика            | 3.3                     | Способность применять правила суммы и произведения, решать комбинаторные задачи                   | Тест №2 (п. 5.3)                                           | Вопросы на диф.зачет (п. 6.1) |

| Краткое наименование раздела (модуля) / темы дисциплины | Код результата обучения | Показатель овладения результатами обучения                                        | Наименование оценочного средства и представление его в КОС |                               |
|---------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-------------------------------|
|                                                         |                         |                                                                                   | Текущий контроль                                           | Промежуточная аттестация      |
| Тема 3.2. Вероятность                                   | 3.3                     | Способность вычислять вероятность событий, применять формулу Бернулли             | Расчетно-графическая работа (п. 5.5)                       | Вопросы на диф.зачет (п. 6.1) |
| <b>Раздел 4. Основы теории графов</b>                   |                         |                                                                                   |                                                            |                               |
| Тема 4.1. Графы                                         | 3.4                     | Способность определять свойства графов, строить матрицы смежности и инцидентности | Контрольная работа №2 (п. 5.4)                             | Вопросы на диф.зачет (п. 6.1) |
| Тема 4.2. Деревья                                       | 3.4                     | Способность строить остовные и бинарные деревья                                   | Практическое задание (п. 5.6)                              | Вопросы на диф.зачет (п. 6.1) |

### 3.2 Средства, применяемые для оценки уровня практической подготовки

| Краткое наименование раздела (модуля) / темы дисциплины | Код результата обучения | Показатель овладения результатами обучения                                  | Наименование оценочного средства и представление его в КОС |                                       |
|---------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
|                                                         |                         |                                                                             | Текущий контроль                                           | Промежуточная аттестация              |
| Раздел 1. Основы теории множеств                        |                         |                                                                             |                                                            |                                       |
| Практическое занятие № 1, 2                             | У.1                     | Способность решать задачи на операции над множествами                       | Письменное задание №1 (п. 5.6)                             | Практическое задание к зачету (п 6.2) |
| Раздел 2. Математическая логика                         |                         |                                                                             |                                                            |                                       |
| Практическое занятие № 3-6                              | У.2                     | Способность выполнять тождественные преобразования логических выражений     | Письменное задание №2 (п. 5.6)                             | Практическое задание к зачету (п 6.2) |
| Практическое занятие № 7-11                             | У.2, У.3                | Способность работать с предикатами, булевыми функциями                      | Письменное задание №3 (п. 5.6)                             | Практическое задание к зачету (п 6.2) |
| Раздел 3. Основы комбинаторики                          |                         |                                                                             |                                                            |                                       |
| Практическое занятие № 12-14                            | У.3                     | Способность решать комбинаторные задачи, находить биномиальные коэффициенты | Письменное задание №4 (п. 5.6)                             | Практическое задание к зачету (п 6.2) |
| Практическое занятие № 15-18                            | У.3                     | Способность вычислять вероятности событий                                   | Письменное задание №5 (п. 5.6)                             | Практическое задание к зачету (п 6.2) |
| Практическое занятие № 19                               | У.3                     | Способность составлять и решать рекуррентные соотношения                    | Письменное задание №6 (п. 5.6)                             | Практическое задание к зачету (п 6.2) |
| Раздел 4. Основы теории графов                          |                         |                                                                             |                                                            |                                       |
| Практическое занятие № 20-22                            | У.1, У.3                | Способность анализировать свойства графов, строить матрицы                  | Письменное задание №7 (п. 5.6)                             | Практическое задание к зачету (п 6.2) |
| Практическое занятие № 23                               | У.1, У.3                | Способность строить бинарные деревья поиска                                 | Письменное задание №8 (п. 5.6)                             | Практическое задание к зачету (п 6.2) |

## 4 Описание процедуры оценивания

Результаты обучения по профессиональному модулю, уровень сформированности компетенций оцениваются по четырём бальной шкале оценками: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Текущая аттестация по профессиональному модулю проводится с целью систематической проверки достижений обучающихся. Объектами оценивания являются: степень усвоения теоретических знаний, уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, качество выполнения самостоятельной работы, учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой профессиональному модулю).

При проведении промежуточной аттестации оценивается достижение студентом запланированных по профессиональному модулю результатов обучения, обеспечивающих результаты освоения образовательной программы в целом.

### **Критерии оценивания устного ответа**

**5 баллов** - ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

**4 балла** - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

**3 балла** – ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

**2 балла** – ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области.

### **Критерии оценивания письменной работы**

**5 баллов** - студент выразил своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировал его, точно определив ее содержание и составляющие. Проблема раскрыта полностью, выводы обоснованы. Приведены данные отечественной и зарубежной литературы, статистические сведения, информация нормативно-правового характера. Студент владеет навыком самостоятельной работы по заданной теме; методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов изучаемой области. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; графически работа оформлена правильно.

**4 балла** - работа характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Проблема раскрыта. Не все выводы сделаны и/или обоснованы. Для аргументации приводятся данные отечественных и зарубежных авторов.

Продemonстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет. Допущены одна-две ошибки в оформлении работы.

**3 балла** – студент проводит достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимает базовые основы и теоретическое обоснование выбранной темы. Проблема раскрыта не полностью. Выводы не сделаны и/или выводы не обоснованы. Проведен анализ проблемы без привлечения дополнительной литературы. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы, оформлении работы.

**2 балла** - работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Проблема не раскрыта. Выводы отсутствуют. Допущено три или более трех ошибок в смысловом содержании раскрываемой проблемы, в оформлении работы.

### Критерии оценивания тестового задания

| Оценка                        | <i>Отлично</i> | <i>Хорошо</i> | <i>Удовлетворительно</i> | <i>Неудовлетворительно</i> |
|-------------------------------|----------------|---------------|--------------------------|----------------------------|
| Количество правильных ответов | 90-100%        | 75-89%        | 60-74%                   | менее 60%                  |

### Критерии выставления оценки студенту на зачете/ экзамене

| Оценка по промежуточной аттестации   | Характеристика качества сформированности компетенций                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «зачтено» / «отлично»                | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на продвинутом уровне: обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. |
| «зачтено» / «хорошо»                 | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на базовом уровне: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.                                                                                                                                                                                                        |
| «зачтено» / «удовлетворительно»      | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на пороговом уровне: имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, в ходе контрольных мероприятий допускаются значительные ошибки, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ, при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.      |
| «не зачтено» / «неудовлетворительно» | Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций на уровне ниже порогового: выявляется полное или практически полное отсутствие знаний значительной части программного материала, студент допускает существенные                                                                                                                                                                                                                                                  |



|  |                                                                                                              |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, умения и навыки не сформированы. |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 5. Примеры оценочных средств для проведения текущей аттестации

### 5.1 Вопросы для собеседования (устного опроса):

1. Дайте определение множества. Перечислите способы задания множеств.
2. Что такое подмножество? Приведите примеры собственных и несобственных подмножеств.
3. Объясните суть операций объединения, пересечения, разности и симметрической разности множеств. Проиллюстрируйте их на диаграммах Эйлера-Венна.
4. Дайте определение высказывания. Какие логические операции над высказываниями вам известны?
5. Что такое таблица истинности? Постройте таблицу истинности для логической операции «импликация».
6. Сформулируйте понятие логической формулы. Что такое тавтология?
7. Дайте определение предиката. Что такое кванторы общности и существования?
8. Сформулируйте правило суммы и правило произведения в комбинаторике.
9. Дайте определения размещений, перестановок и сочетаний. В чем их основное отличие?
10. Что такое граф? Перечислите основные элементы графа (вершины, ребра).
11. Дайте определения маршрута, цепи и цикла в графе.
12. Что такое дерево? Каковы основные свойства дерева?

### 5.2 Темы рефератов

1. История развития теории множеств и ее парадоксы.
2. Роль математической логики в создании и развитии вычислительной техники.
3. Применение комбинаторного анализа в криптографии и защите информации.
4. Теория графов как инструмент для анализа социальных сетей.
5. Вероятностные методы в оценке надежности компьютерных систем и сетей.
6. Практическое применение чисел Фибоначчи в информатике и программировании.
7. Булева алгебра и ее применение в проектировании логических схем.

### 5.3 Примеры тестовых заданий

#### Тест №1. Тема: «Основы теории множеств»

*Время выполнения: 20 минут*

#### Вариант 1

1. Множество  $A = \{1, 2, 3\}$ . Укажите количество всех подмножеств множества  $A$ .
  - а) 6
  - б) 7
  - в) 8
  - г) 9

*Правильный ответ: в) 8*
2. Для множеств  $A = \{1, 2, 3\}$  и  $B = \{3, 4, 5\}$  найдите  $A \cap B$ .
  - а)  $\{1, 2\}$
  - б)  $\{3\}$
  - в)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - г)  $\{4, 5\}$

*Правильный ответ: б)  $\{3\}$*
3. Диаграммы Эйлера-Венна используются для:
  - а) Решения дифференциальных уравнений

- б) Графического изображения отношений между множествами
- в) Построения графиков функций
- г) Вычисления интегралов

*Правильный ответ: б) Графического изображения отношений между множествами*

4. Если  $A$  — множество четных чисел, а  $B$  — множество чисел, кратных 3, то  $A \cap B$  — это множество чисел, кратных:

- а) 2
- б) 3
- в) 5
- г) 6

*Правильный ответ: г) 6*

5. Укажите симметрическую разность множеств  $A = \{a, b, c\}$  и  $B = \{c, d, e\}$ .

- а)  $\{a, b, d, e\}$
- б)  $\{c\}$
- в)  $\{a, b, c, d, e\}$
- г)  $\{\}$

*Правильный ответ: а)  $\{a, b, d, e\}$*

## Вариант 2

1. Укажите верное утверждение для множеств  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$  и  $B = \{1, 2, 3\}$ :

- а)  $A \subset B$
- б)  $B \subset A$
- в)  $A = B$
- г)  $A \cap B = \emptyset$

*Правильный ответ: б)  $B \subset A$*

2. Найдите мощность множества-степени для множества  $C = \{a, b\}$ .

- а) 2
- б) 3
- в) 4
- г) 5

*Правильный ответ: в) 4*

3. Операция, при которой получают элементы, принадлежащие первому множеству, но не принадлежащие второму, называется:

- а) Объединение
- б) Пересечение
- в) Разность
- г) Дополнение

*Правильный ответ: в) Разность*

4. Если универсальное множество  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , а  $A = \{1, 2\}$ , то дополнение множества  $A$  ( $\bar{A}$ ) равно:

- а)  $\{1, 2\}$
- б)  $\{3, 4, 5\}$
- в)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- г)  $\{\}$

*Правильный ответ: б)  $\{3, 4, 5\}$*

5. Для множеств  $X = \{1, 3, 5\}$  и  $Y = \{2, 4, 6\}$  объединение  $X \cup Y$  равно:

- а)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- б)  $\{\}$
- в)  $\{1, 3, 5\}$
- г)  $\{2, 4, 6\}$

*Правильный ответ: а)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$*

## 5.4 Примеры заданий для контрольной работы

## Контрольная работа №1. Тема: «Логика высказываний»

### Вариант 1

1. Постройте таблицу истинности для логической формулы:  $(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee B)$ .  
Является ли эта формула тавтологией?  
*Ключ: Формула является тавтологией.*
2. Упростите логическое выражение:  $\neg(A \vee B) \wedge (\neg A \vee B)$ .  
*Ключ:  $\neg A \wedge B$*
3. Проверьте, являются ли логически равносильными формулы:  $\neg(A \wedge B)$  и  $\neg A \vee \neg B$ .  
*Ключ: Да, являются (закон де Моргана).*
4. Запишите на языке логики высказываний высказывание: «Если идет дождь, то я остаюсь дома, и если я остаюсь дома, то я читаю книгу». Введите обозначения для простых высказываний.  
*Ключ:  $P = \text{«Идет дождь»}$ ,  $Q = \text{«Я остаюсь дома»}$ ,  $R = \text{«Я читаю книгу»}$ . Формула:  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$ .*
5. Методом от противного определите, является ли формула  $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$  тавтологией.  
*Ключ: Да, является.*

### 5.5 Темы эссе (рефератов, докладов, сообщений)

1. Парадоксы теории множеств (парадокс Рассела, парадокс Кантора) и их значение для оснований математики. *Рассмотреть, как простые определения могут приводить к логическим противоречиям.*
2. Нечеткие множества (Fuzzy Sets) и их применение в системах управления и искусственном интеллекте. *Пример: системы "Умный дом", где температура может быть "прохладной" или "теплой".*
3. Отношения эквивалентности и порядка: теория и применение в базах данных. *Как разбиение на классы эквивалентности помогает в нормализации данных.*
4. Булева алгебра множеств как теоретическая основа проектирования логических элементов ЭВМ. *Связь операций над множествами (объединение, пересечение, дополнение) с логическими вентилями (И, ИЛИ, НЕ).*
5. Теория графов в социальных сетях: анализ сообществ, поиск influencers, распространение информации. *Что такое "число рукопожатий" и центральность вершины.*
6. Графы как модель сети Интернет и протоколов маршрутизации (алгоритмы Дейкстры, Беллмана-Форда). *Как данные находят кратчайший путь между серверами.*
7. Деревья решений в машинном обучении и анализе данных. *Как дерево помогает классифицировать данные (например, отличить спам от не-спам).*
8. Дискретная математика как фундамент информатики: обзор ключевых связей. *Как все изученные разделы объединяются в основе IT-специальностей.*
9. Кодирование информации: дискретные основы сжатия данных (алгоритм Хаффмана) и помехоустойчивого кодирования. *Как теория графов и комбинаторика помогают эффективно хранить и передавать данные.*
10. История развития математической логики: от Аристотеля до Буля и Шеннона. *Как идеи логики легли в основу цифровых технологий.*
11. Логические элементы и их физическая реализация: от реле до транзисторов. *Как абстрактная логическая функция становится физической схемой (триггер, сумматор).*

### 5.6 Задания для практических занятий

Практическое занятие №1. Тема: «Операции над множествами»

Задание:

1. Даны множества:  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Найдите:  
а)  $A \cup B$

б)  $A \cap C$

в)  $B \setminus C$

г)  $A \Delta C$  (симметрическая разность)

д)  $\bar{A}$  (дополнение  $A$  до  $U$ )

Ключ: а)  $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ ; б)  $\{2,4\}$ ; в)  $\{7,9\}$ ; г)  $\{6,8,10,1,3,5\}$ ; д)  $\{1,3,5,7,9\}$

2. Изобразите на диаграммах Эйлера-Венна множества  $(A \cap B) \setminus C$ .

3. Докажите тождество:  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .

4. Найдите мощность множества всех двузначных чисел, которые делятся на 3 или на 5.

5. Пусть  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq 3\}$ . Задайте множество  $A$  перечислением всех его элементов. Найдите его мощность.

\*Ключ:  $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ;  $|A| = 5$ \*

### Практическое занятие №3. Тема: «Формулы логики высказываний»

1. Постройте таблицу истинности для формулы:  $\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$ .

Решение (Ключ):

| A | B | $A \vee B$ | $\neg(A \vee B)$ | $\neg A$ | $\neg B$ | $\neg A \wedge \neg B$ | $\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$ |
|---|---|------------|------------------|----------|----------|------------------------|---------------------------------------------------------|
| 0 | 0 | 0          | 1                | 1        | 1        | 1                      | 1                                                       |
| 0 | 1 | 1          | 0                | 1        | 0        | 0                      | 1                                                       |
| 1 | 0 | 1          | 0                | 0        | 1        | 0                      | 1                                                       |
| 1 | 1 | 1          | 0                | 0        | 0        | 0                      | 1                                                       |

Вывод: Формула является тавтологией (всегда истинна). Это известный закон де Моргана.

2. Упростите выражение:  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ .

Решение (Ключ):

1. Заменяем импликации:  $(A \rightarrow B) \equiv \neg A \vee B$ ,  $(B \rightarrow A) \equiv \neg B \vee A$ .

2. Получим:  $(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$ .

3. Это выражение является определением эквиваленции ( $A \equiv B$ ).

Упрощенный вид:  $A \leftrightarrow B$ .

3. Определите, является ли формула тождественно ложной:  $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ .

Решение (Ключ): Формула является тавтологией (всегда истинна), а не тождественно ложной.

4. Проверьте равносильность без таблиц истинности:  $A \rightarrow (B \vee C)$  и  $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$ .

Решение (Ключ):

а. Преобразуем правую часть, заменяя импликации:  $(\neg A \vee B) \vee (\neg A \vee C) \equiv \neg A \vee B \vee \neg A \vee C \equiv \neg A \vee (B \vee C)$ .

б. Левая часть после преобразования:  $A \rightarrow (B \vee C) \equiv \neg A \vee (B \vee C)$ .

с. Получили два идентичных выражения:  $\neg A \vee (B \vee C)$ .

Вывод: Формулы равносильны.

5. Запишите отрицание высказывания: «Если число четное, то оно делится на 2».

Решение (Ключ):

1. Пусть  $P$ : «Число четное»,  $Q$ : «Число делится на 2». Исходное высказывание:  $P \rightarrow Q$ .

2. Отрицание импликации:  $\neg(P \rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$ .

3. Сформулируем отрицание на русском языке: «Число четное и оно не делится на 2».

Логически это противоречие, что и подтверждает правильность отрицания.

### Практическое занятие №12. Тема: «Сочетания и размещения»

1. Сколькими способами из 15 человек можно выбрать команду из 5 для участия в соревнованиях? Ответ: 3003способа
2. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 без повторений? Ответ:120
3. Найти значение сочетания  $C(10, 3)$ . Ответ:120
4. Имеется 10 различных книг. Сколькими способами можно расставить 4 из них на полке? Ответ:5040
5. Докажите свойство биномиальных коэффициентов:  $C(n, k) = C(n, n-k)$ . Ответ: **Комбинаторное объяснение:** Выбрать  $k$  элементов из  $n$  — это то же самое, что и выбрать  $(n-k)$  элементов, которые останутся

### Практическое занятие №17. Тема: «Формула полной вероятности»

1. В первой урне 4 белых и 6 черных шаров, во второй – 3 белых и 7 черных. Из наугад выбранной урны извлекли один шар. Какова вероятность, что он белый? Ответ:0,35
2. Две фабрики производят лампочки. Первая дает 70% продукции, вторая – 30%. Брак составляет 1% у первой фабрики и 2% у второй. Купленная лампочка оказалась бракованной. Какова вероятность, что она произведена на второй фабрике? (Используйте формулу Байеса). Ответ: 0,462
3. В студенческой группе 20 человек, из которых 8 отличников. Наудачу отобраны 3 студента. Какова вероятность, что среди них окажется хотя бы один отличник? Ответ: 0,807
4. Стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,8. Он делает три выстрела. Какова вероятность, что он попадет ровно два раза? (Схема Бернулли). Ответ: 0,384
5. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету равна 0,1. Куплено 5 билетов. Какова вероятность, что будет хотя бы один выигрышный билет? Ответ: 0,41

### Практическое занятие №20. Тема: «Свойства графов»

1. Дан граф (Вершины: {1, 2, 3, 4}\*Ребра: {1-2, 1-3, 2-3, 2-4, 3-4}\*). Определите степени всех вершин. Является ли граф полным? **Ответ:** Граф не является полным. В полном графе с 4 вершинами ( $K_4$ ) каждая вершина должна иметь степень 3, и должно быть  $C(4,2)=6$  ребер. В нашем графе 5 ребер
2. Постройте матрицу смежности для заданного графа.  
Решение (Ключ): *Матрица смежности (вершины в порядке 1,2,3,4):*

|   | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 0 |

3. Найдите количество ребер в полном графе с 8 вершинами.

Решение:

В полном графе  $K_n$  число ребер равно  $C(n, 2) = n(n-1)/2$ .

Для  $n=8$ :  $C(8, 2) = 8 \times 7 / 2 = 56 / 2 = 28$ .

Ответ: 28 ребер

4. Определите, является ли заданный граф эйлеровым.
5. По матрице инцидентности восстановите граф.

\*Матрица (строки - вершины 1,2,3,4; столбцы - ребра  $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5$ ):\*

|  | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ | $e_5$ |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|
|  |       |       |       |       |       |

|   | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 |
|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  |
| 2 | 1  | 0  | 1  | 1  | 0  |
| 3 | 0  | 1  | 1  | 0  | 1  |
| 4 | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  |

Решение:

Анализируем столбцы:

e1: вершины 1 и 2.

e2: вершины 1 и 3.

e3: вершины 2 и 3.

e4: вершины 2 и 4.

e5: вершины 3 и 4.

Восстановленный граф идентичен графу G из задания 1.

### Практическое занятие №23. Тема: «Бинарные деревья»

1. Постройте бинарное дерево поиска для последовательности чисел: 10, 5, 15, 3, 7, 12, 18.

Решение (Ключ):

Корень: 10.

Левое поддерево (меньше 10): 5, 3, 7.

5 становится левым ребенком 10.

3 (меньше 5) становится левым ребенком 5.

7 (больше 5) становится правым ребенком 5.

Правое поддерево (больше 10): 15, 12, 18.

15 становится правым ребенком 10.

12 (меньше 15) становится левым ребенком 15.

18 (больше 15) становится правым ребенком 15.

Графическое представление:

```

10
 / \
5   15
 / \ / \
3  7 12 18

```

2. Удалите из дерева вершину со значением 5. Покажите полученное дерево.

```

10
 / \
7   15
 /  /\
3  12 18

```

3. Найдите высоту построенного дерева (из задания 1)

Решение (Ключ):

Высота — это длина самого длинного пути от корня до листа.

Путь от 10 до 3: 10 -> 5 -> 3 (длина = 2).

Путь от 10 до 18:  $10 \rightarrow 15 \rightarrow 18$  (длина = 2).

Ответ: Высота дерева = 2.

## 6. Примеры оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

1. Понятие множества. Операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Логика предикатов. Понятие предиката, кванторы общности и существования.
3. Задача: Постройте таблицу истинности для формулы  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ . Определите, является ли она тавтологией.
  1. Отношения на множествах. Свойства бинарных отношений (рефлексивность, симметричность, транзитивность).
  2. Основные комбинаторные конфигурации: размещения, перестановки, сочетания. Формулы для их вычисления.
  3. Задача: Сколькими способами можно выбрать 3 книги из 10 различных книг? Сколькими способами эти 3 книги можно расставить на полке?
    1. Булевы функции. Задание булевых функций табличным способом. Логические операции.
    2. Основные понятия теории графов: вершина, ребро, степень вершины. Матрица смежности.
    3. Задача: В ящике 10 деталей, из которых 3 бракованные. Наудачу извлекаются 2 детали. Какова вероятность, что обе детали бракованные?

### 6.2. Примеры заданий для письменной зачетной работы

#### ВАРИАНТ 1

1. Выполните операции над множествами:  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5\}$ . Найдите  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .
2. Упростите логическое выражение:  $\neg(A \rightarrow B) \vee (\neg A \wedge B)$ .
3. Решите комбинаторную задачу: Сколько существует различных шифров из 4 цифр, если цифры могут повторяться?
4. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных костей сумма выпавших очков будет равна 7.
5. Постройте граф по заданной матрице смежности и определите его характеристики (число вершин, ребер, степени вершин).

#### ВАРИАНТ 2

1. Теория множеств. Даны множества:  $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Найдите множество  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .
2. Логика. Упростите логическое выражение:  $\neg(A \rightarrow B) \vee (A \wedge \neg B)$ .
3. Комбинаторика. Сколько существует различных шестизначных чисел, начинающихся с четной цифры? (Цифры могут повторяться).
4. Теория вероятностей. В ящике 10 деталей, из которых 2 бракованные. Наудачу извлекаются 3 детали. Какова вероятность, что среди них окажется ровно одна бракованная?
5. Теория графов. Дан граф с 6 вершинами. Степени пяти вершин известны: 2, 2, 3, 3, 4. Чему равна степень шестой вершины?

#### ВАРИАНТ 3

1. Теория множеств. Для универсального множества  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  и множеств  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5\}$  найдите дополнение множества  $(A \cap B)$  до  $U$ .



2. Логика. Постройте таблицу истинности для формулы:  $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$ . Является ли она тавтологией?
3. Комбинаторика. Сколькими способами можно расставить на полке 5 различных книг, если 2 определенные книги должны стоять рядом?
4. Теория вероятностей. Монету подбрасывают 4 раза. Какова вероятность, что «орел» выпадет ровно 2 раза?
5. Теория графов. Постройте матрицу смежности для полного графа с 4 вершинами ( $K_4$ ).

#### ВАРИАНТ 4

1. Теория множеств. Докажите, используя законы алгебры множеств, что  $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup B) = B$ .
2. Логика. Запишите отрицание высказывания: «Если сегодня пятница, то завтра суббота».
3. Комбинаторика. В турнире по олимпийской системе (на выбывание) участвует 16 команд. Сколько всего матчей будет сыграно?
4. Теория вероятностей. Игральная кость бросается дважды. Какова вероятность, что сумма выпавших очков равна 8?
5. Теория графов. Может ли существовать связный граф с 7 вершинами и 5 ребрами? Ответ обоснуйте.

#### ВАРИАНТ 5

1. Теория множеств. Изобразите на диаграмме Эйлера-Венна множества  $(A \cup B) \setminus C$ .
2. Логика. Проверьте равносильность формул без построения таблиц истинности:  $A \rightarrow (B \wedge C)$  и  $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$ .
3. Комбинаторика. На полке стоит 12 книг. Сколькими способами можно выбрать 4 из них так, чтобы 2 определенные книги не входили в этот набор?
4. Теория вероятностей. В урне 5 белых и 3 черных шара. Из нее последовательно вынимают два шара, не возвращая. Какова вероятность, что оба шара белые?
5. Теория графов. Дан граф. Вершины:  $\{A, B, C, D\}$ . Ребра:  $\{A-B, A-C, B-C, C-D\}$ . Является ли он эйлеровым? Ответ обоснуйте.

#### ВАРИАНТ 6

1. Теория множеств. Найдите мощность множества  $X = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 4, x \text{ кратно } 2\}$ .
2. Логика. Для формулы  $(A \vee B) \rightarrow C$  запишите обратное и противоположное утверждения.
3. Комбинаторика. Азбука Морзе использует символы «точка» и «тире». Сколько различных сигналов можно передать, используя последовательность из не более чем четырех символов?
4. Теория вероятностей. Вероятность попадания в мишень для одного стрелка равна 0.7. Какова вероятность, что из трех независимых выстрелов он попадет не менее двух раз?
5. Теория графов. Постройте бинарное дерево поиска для последовательности чисел: 8, 3, 10, 1, 6, 14, 4. Найдите его высоту.

#### КЛЮЧИ ДЛЯ ПРОВЕРКИ

##### ВАРИАНТ 1

1.  $A \setminus B = \{6, 8\}$ ;  $B \setminus A = \{1, 3, 5\}$ ; Ответ:  $\{1, 3, 5, 6, 8\}$ .
2.  $\neg(A \rightarrow B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv (A \wedge \neg B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv A \wedge \neg B$ . Ответ:  $A \wedge \neg B$ .



3. Первая цифра — четная (2,4,6,8) → 4 варианта. Остальные 5 цифр — любые (0-9) → по 10 вариантов. Ответ:  $4 \times 10^5 = 400\,000$ .

4. Число способов выбрать 3 детали из 10:  $C(10,3)=120$ . Число способов выбрать 1 бракованную (из 2) и 2 хорошие (из 8):  $C(2,1)*C(8,2)=2*28=56$ . Ответ:  $P = 56/120 \approx 0.467$ .

5. Сумма степеней всех вершин графа четна и равна удвоенному количеству ребер.  $2+2+3+3+4+x = 14+x$  — должно быть четным.  $x$  — четное. Минимальная степень 1, максимальная 5. Подходит  $x=2$ . Ответ: 2.

#### ВАРИАНТ 2

1.  $A \cap B = \{3,5\}$ .  $(A \cap B)$  с чертой  $= U \setminus \{3,5\} = \{1,2,4,6,7\}$ . Ответ:  $\{1,2,4,6,7\}$ .

2. Формула  $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$  ложна только когда посылка истинна, а следствие ложно. Но если  $A \wedge B$  истинно, то  $A \vee B$  тоже истинно. Ответ: Таблица показывает, что формула всегда истинна (тавтология).

3. «Склеим» 2 определенные книги в один объект. Получим 4 объекта (связка + 3 отдельные книги), их можно переставить  $P(4)=4!=24$  способами. Две книги внутри связки можно переставить  $P(2)=2$  способами. Ответ:  $24 \times 2 = 48$  способов.

4. Используем схему Бернулли:  $n=4$ ,  $k=2$ ,  $p=0.5$ .  $P_4(2) = C(4,2) * (0.5)^2 * (0.5)^2 = 6 * 0.25 * 0.25 = 6 * 0.0625 = 0.375$ . Ответ: 0,375.

5. В полном графе  $K_4$  каждая вершина соединена с каждой.

|   | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 1 | 1 | 1 |
| B | 1 | 0 | 1 | 1 |
| C | 1 | 1 | 0 | 1 |
| D | 1 | 1 | 1 | 0 |

#### ВАРИАНТ 3

1.  $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) =$  (по дистрибутивности)  $B \cup (A \cap \bar{A}) = B \cup \emptyset = B$ . Что и требовалось доказать.

2. Отрицание импликации  $P \rightarrow Q$  есть  $P \wedge \neg Q$ . Ответ: «Сегодня пятница, и завтра не суббота».

3. В каждом матче выбывает 1 команда. Чтобы вышло 15 команд (остался один победитель), нужно сыграть 15 матчей. Ответ: 15.

4. Всего исходов:  $6*6=36$ . Благоприятные исходы (сумма=8): (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) → 5 исходов. Ответ:  $P = 5/36$ .

5. Не может. В связном графе с  $n$  вершинами должно быть не менее  $n-1$  ребра. Для  $n=7$  минимальное количество ребер равно 6. Ответ: Нет, так как  $5 < 6$ .

#### ВАРИАНТ 4

1. Изображается три пересекающихся круга A, B, C. Закрашивается область, принадлежащая A или B, но не принадлежащая C.

2.  $A \rightarrow (B \wedge C) \equiv \neg A \vee (B \wedge C)$ .  $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \equiv \neg A \vee (B \wedge C)$  (по дистрибутивности). Выражения одинаковы. Ответ: Равносильны.

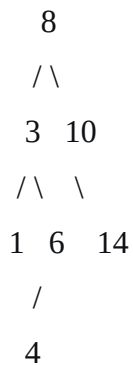
3. Исключим 2 определенные книги. Выбираем 4 книги из оставшихся 10. Ответ:  $C(10,4) = 210$ .

4.  $P(\text{первый белый}) = 5/8$ .  $P(\text{второй белый} \mid \text{первый белый}) = 4/7$ . Ответ:  $P = (5/8) * (4/7) = 20/56 \approx 0,357$ .

5. Степени вершин:  $\deg(A)=2$ ,  $\deg(B)=2$ ,  $\deg(C)=3$ ,  $\deg(D)=1$ . Есть 2 вершины с нечетной степенью (C и D). Ответ: Не является эйлеровым (нет эйлерова цикла), но является полуэйлеровым (есть эйлеров путь).

#### ВАРИАНТ 5

1.  $X = \{-2, 0, 2\}$ . Ответ:  $|X| = 3$ .
2. Обратное:  $C \rightarrow (A \vee B)$ .  
Противоположное:  $\neg(A \vee B) \rightarrow \neg C \equiv (\neg A \wedge \neg B) \rightarrow \neg C$ .
3. Сигналы длиной 1, 2, 3 и 4 символа. Для каждого символа 2 варианта. Ответ:  $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2 + 4 + 8 + 16 = 30$ .
4.  $P(\geq 2) = P(2) + P(3)$ .  $P(2) = C(3,2)(0.7)^2 0.3 = 3 \cdot 0.49 \cdot 0.3 = 0.441$ .  $P(3) = (0.7)^3 = 0.343$ . Ответ:  $P = 0.441 + 0.343 = 0.784$ .
5. Дерево:



Высота (максимальная глубина от корня до листа: 8->3->6->4) равна 3. Ответ: 3.