

Искусственные нейронные сети:

- Рекуррентные сети как ассоциативные запоминающие устройства
- Сети с самоорганизацией на основе конкуренции

● Осовский С. **Нейронные сети для обработки информации** / Пер. с польского И.Д. Рудинского - М.: Финансы и статистика, 2002

Отдельную группу ИНС составляют **сети с обратными связями** между различными слоями нейронов. Это так называемые рекуррентные сети. Их общая черта — **передача сигналов с выходного или скрытого слоя во входной слой**.

Главная особенность таких сетей — **динамические зависимости на каждом этапе функционирования**. Изменение состояния одного нейрона отражается на всей сети вследствие обратной связи типа „один ко многим“.

В сети возникает некоторый переходный процесс, который завершается формированием нового устойчивого состояния, отличающегося от предыдущего.

Если активационная функция $y_i = f(u_i) = f\left(\sum_{j=1}^N w_{ij} x_j\right)$, то, принимая во внимание наличие связи „один ко многим“ изменение его состояния может быть описано СДНУ:

$$\tau_i \frac{du_i}{dt} = \sum_{j=1, j \neq i}^N w_{ij} f(u_j) - u_i - b_i$$

Для $i = 1, 2, \dots, N$, где b_i представляет собой пороговое значение, заданное внешним источником (показатель поляризации), τ_i - численная константа.

Рассмотрим **основные классы рекуррентных сетей**, функционирующих в качестве ассоциативных запоминающих устройств.

Ассоциативная память играет роль системы, определяющей взаимную зависимость векторов. В случае, когда на взаимозависимость исследуются компоненты одного вектора, говорят об **автоассоциативной памяти**.

Если рассматривается взаимозависимость двух векторов, то можно говорить о памяти **гетероассоциативного типа**.

Главная задача ассоциативной памяти сводится к запоминанию входных (обучающих) выборок таким образом, чтобы при предоставлении новой выборки система смогла сгенерировать ответ, какая из запомненных ранее выборок наиболее близка к вновь поступившему образу. Часто для определения меры близости используется расстояние Хэмминга:

$$d_H(\vec{y}, \vec{d}) = \sum_{i=1}^N |y_i - d_i|, \quad y_i, d_i \in \{0, 1\}$$

Автоассоциативная сеть Хопфилда

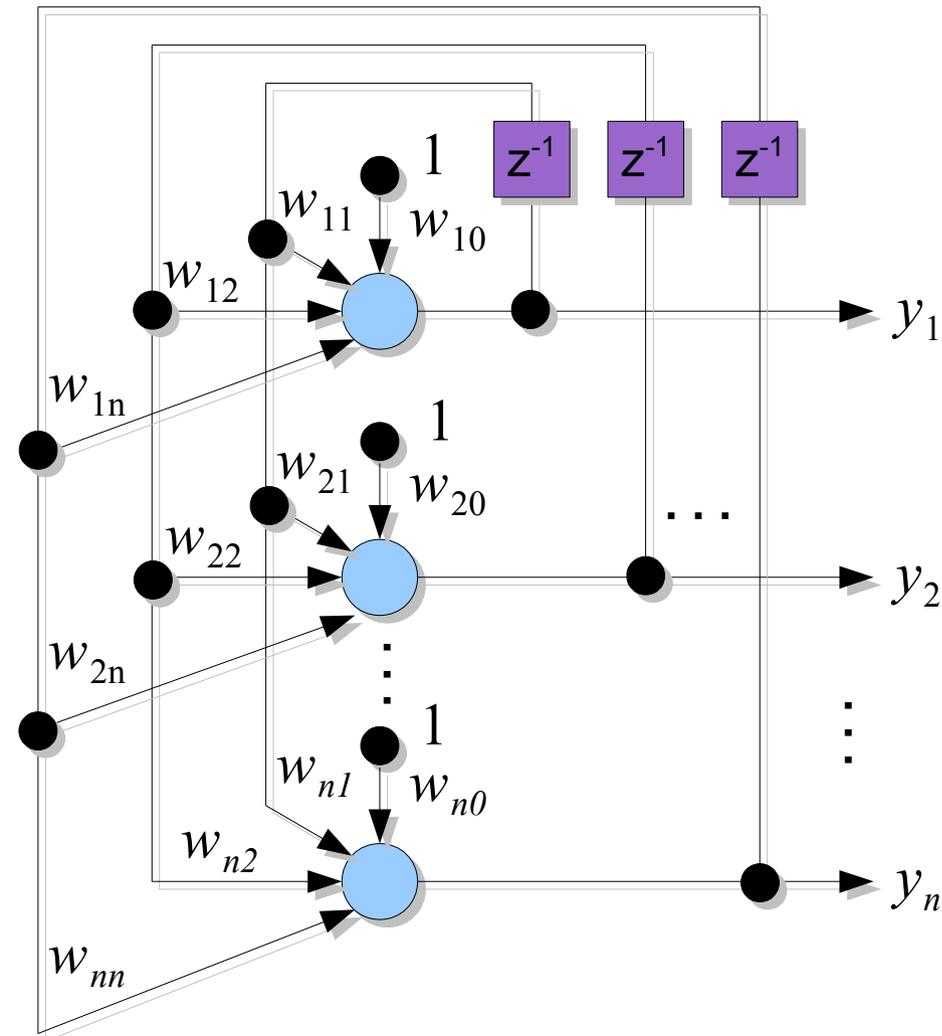


Рис. 1. Обобщённая структура ИНС Хопфилда

Характерной особенностью сети является то, что выходные сигналы нейронов являются одновременно и входными сигналами сети:

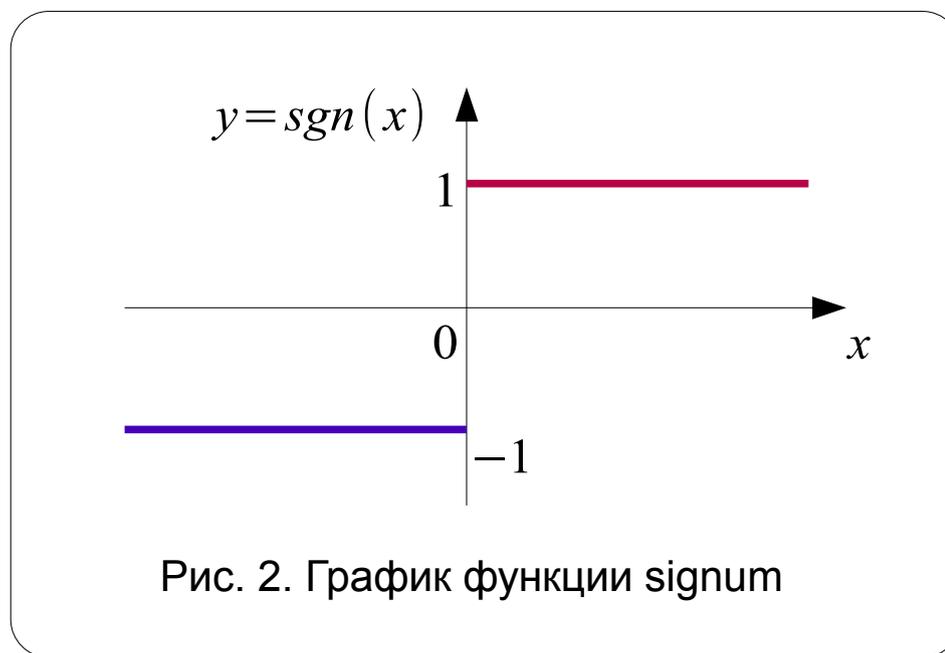
$$x_i(k) = y_i(k-1)$$

В классической системе Хопфилда отсутствует связь нейрона с собственным выходом, т. е. $w_{ii} = 0$, а матрица весов является симметричной: $W = W^T$.

Процесс обучения формирует зоны притяжения (аттракции) некоторых точек равновесия, соответствующих начальным данным.

Будем считать, что каждый нейрон имеет функцию активации типа signum (значение ± 1), тогда выходной сигнал i -го нейрона

$$y_i = \operatorname{sgn} \left(\sum_{j=0}^N w_{ij} x_j \right) \quad (\text{сигнал поляризации} - x_0)$$



Основные зависимости, определяющие сеть Хопфилда, можно представить в виде:

$$y_i(k) = \operatorname{sgn} \left(\sum_{j=1, j \neq i} w_{ij} y_j(k-1) \right), \quad y_i(0) = x_j \quad (1)$$

Процесс функционирования сети имеет 2 режима: **обучение** и **классификация**.

- В режиме обучения подбираются веса w_{ij} на основе обучающих выборок.
- В режиме классификации после ввода начального значения нейронов $y_i(0) = x_i$ возникает переходный процесс в соответствии с выражением (1), завершающийся в одном из локальных минимумов, для которого $y(k) = y(k-1)$.

Этого можно достичь, если выбрать значения $w_{ij} = \frac{1}{N} x_i x_j$, поскольку тогда

$$\frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^N x_i x_j x_j \right) = x_i$$

- вследствие биполярных значений элементов вектора \vec{x} всегда $(x_j)^2 = (\pm 1)^2 = 1$

При вводе большого количества обучающих выборок $\vec{x}(k)$, $k = 1, 2, \dots, p$ веса w_{ij} подбираются согласно обобщённому правилу Хебба:

$$w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^p x_i^{(k)} x_j^{(k)} \quad (2)$$

В случае множества обучающих выборок становится актуальным **фактор стабильности** ассоциативной памяти.

Для стабильного функционирования необходимо, чтобы реакция i -го нейрона $y_i^{(l)}$ на l -тую обучающую выборку $\vec{x}^{(l)}$ совпадала с её i -й составляющей $x_i^{(l)}$. Это означает, что с учётом (2):

$$y_i^{(l)} = \operatorname{sgn} \left(\sum_{j=0}^N w_{ij} x_j^{(l)} \right) = \operatorname{sgn} \left(\frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^p x_i^{(k)} x_j^{(k)} x_j^{(l)} \right) = x_i^{(l)} \quad (3)$$

Если взвешенную сумму входных сигналов i -го нейрона обозначить $u_i^{(l)}$, то можно выделить в ней ожидаемое значение $x_i^{(l)}$ и остаток, называемый **диафонией**:

$$u_i^{(l)} = x_i^{(l)} + \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \sum_{k \neq l} x_i^{(k)} x_j^{(k)} x_j^{(l)}$$

Вследствие использования функции активации типа signum выполнение условия (3) возможно тогда, когда значение дифференциала настолько мало, что оно не в состоянии изменить знак $x_i^{(l)}$.

Важным параметром ассоциативной памяти является её **ёмкость**. Под этим термином следует понимать максимальное количество запомненных образов, классифицируемых с допустимой погрешностью ϵ_{max} .

При использовании для правила Хебба $\epsilon_{max} = 1\%$ (1% двоичных разрядов отличается от нормального состояния) максимальная ёмкость памяти составит 13,8% от количества нейронов.

ИНС Хэмминга

Сеть Хэмминга — это трёхслойная рекуррентная структура, которую можно считать развитием сети Хопфилда.

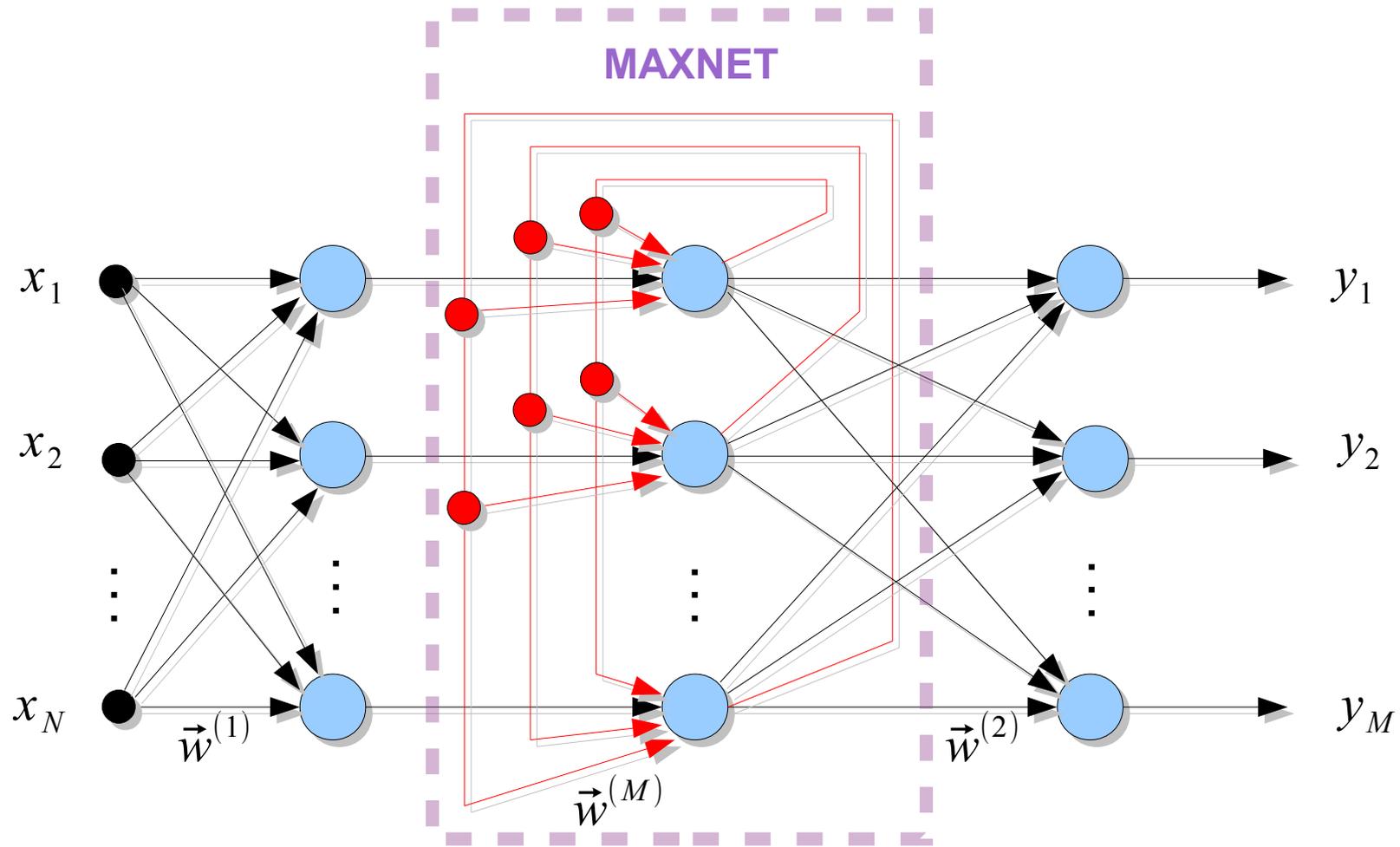


Рис. 3. Структура сети Хэмминга

Сеть Хэмминга позиционируется как **гетероассоциативное запоминающее устройство**. Главной идеей является минимизация расстояния Хэмминга между тестовым вектором, подаваемым на вход сети, и векторами обучающих выборок, закодированными в структуре сети.

Первый слой имеет однонаправленное распространение сигналов и фиксированные значения весов.

Второй слой, MAXNET, состоит из нейронов, связанных обратными связями по принципу „каждый с каждым“, при этом в отличие от структуры Хопфилда существует ненулевая связь входа нейрона со своим выходом. Веса нейронов в слое MAXNET также постоянны.

Различные нейроны связаны отрицательной (подавляющей) обратной связью с весом, равным $-\epsilon$, при этом $\epsilon \sim \frac{1}{p}$ (обратнопропорционально количеству образов).

С собственным выходом нейрон связан положительной (возбуждающей) обратной связью с весом равным 1.

Веса поляризации равны 0.

Нейроны этого (второго) слоя функционируют в режиме **WTA** (Winner Takes All): в каждой фиксированной ситуации **активизируется только один нейрон**, а остальные находятся в состоянии покоя.

Выходной однонаправленный слой формирует выходной вектор, соответствующий входному вектору. Веса нейронов этого слоя подбираются в зависимости от входных обучающих выборок.

В процессе функционирования сети можно выделить 3 основные фазы:

В процессе функционирования сети можно выделить 3 основные фазы:

- 1. На вход** подаётся N -вектор \vec{x} . После этого на выходах нейронов первого слоя генерируются сигналы, задающие состояния нейронов второго слоя MAXNET.
- Инициированные **MAXNET** сигналы удаляются, и из сформированного ими начального состояния запускается **итерационный процесс** внутри этого слоя. Итерационный процесс завершается в момент, когда все нейроны кроме одного (**победитель с выходным сигналом 1**), перейдут в нулевое состояние. Нейрон-победитель с ненулевым выходным сигналом **становится представителем класса** данных, которому принадлежит входной вектор.
- Этот же нейрон** посредством весов, связывающих его с нейронами выходного слоя, **формирует на выходе сети отклик** в виде вектора \vec{y} , соответствующего исходному \vec{x} .

Сеть Хэмминга считается гетероассоциативным запоминающим устройством с парой связанных между собой векторов (\vec{x}, \vec{y}) , где \vec{x} и \vec{y} - соответственно входной и выходной векторы сети со значениями элементов ± 1 .

Нейроны **первого слоя** рассчитывают **расстояние Хэмминга** между вектором \vec{x} и каждым из p закодированных векторов-образцов $\vec{x}^{(i)}$, образующих веса $\vec{w}^{(1)}$ нейронов первого слоя.

Нейроны в слое **MAXNET** выбирают вектор с наименьшим расстоянием Хэмминга, определяя таким образом **класс, которому принадлежит вектор** \vec{x} .

Веса нейронов выходного слоя формируют вектор, соответствующий предъявленному вектору \vec{x} .

При p нейронах первого слоя **ёмкость** запоминающего устройства Хэмминга также равна p образам, поскольку каждый нейрон представляет единственный класс.

Подбор весовых коэффициентов сети Хэмминга

Веса первого слоя соответствуют очередным векторам образов $\vec{x}^{(i)}$:

$$w_{ij}^{(1)} = x_j^{(i)}, \quad i = 1, \dots, p$$

Аналогично, веса выходного слоя соответствуют очередным векторам образов $\vec{y}^{(i)}$, связанным с $\vec{x}^{(i)}$:

$$w_{ji}^{(2)} = y_j^{(i)}$$

В случае нейронов слоя MAXNET, функционирующих в режиме WTA, веса сети должны усиливать собственный сигнал нейрона и ослаблять остальные. Для достижения этого эффекта принимается:

$$w_{ii}^{(m)} = 1$$

а также:

$$-\frac{1}{p-1} < w_{ij}^{(m)} < 0, \quad i \neq j$$

Значения нейронов первого слоя (расстояние Хэмминга) определяется:

$$\hat{y}_i = 1 - \frac{d_H(\vec{x}^{(i)}, \vec{x})}{N} \quad , \text{ где } d_H(\vec{x}^{(i)}, \vec{x}) \text{ - расстояние Хэмминга между входными векторами } \vec{x}^{(i)} \text{ и } \vec{x}$$

$\hat{y}_i = 1$, если $\vec{x} = \vec{x}^{(i)}$; $\hat{y}_i = 0$, если $\vec{x} = -\vec{x}^{(i)}$. В остальных случаях $\hat{y}_i \in [0, 1]$

Сигналы \hat{y}_i становятся начальными состояниями нейронов слоя MAXNET на второй стадии функционирования сети. Задача нейронов этого слоя заключается в определении победителя. т. е. Нейрона, уровень выхода которого близок к 1. Такой нейрон указывает на вектор образца с минимальным расстоянием Хэмминга до входного вектора .

Процесс определения победителя является рекуррентным:

$$y_i(k) = f\left(\sum_j w_{ij}^{(m)} y_j(k-1)\right) = f\left(y_i(k-1) + \sum_{j \neq i} w_{ij}^{(m)} y_j(k-1)\right)$$

при начальном значении $y_j(0) = \hat{y}_i$

Функция активации $f(y)$ нейронов слоя MAXNET

$$f(y) = \begin{cases} y, & y \geq 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases}$$

Итерационный процесс завершается в момент, когда состояния нейронов стабилизируются, и активность продолжает проявлять только один нейрон.

Активный нейрон становится победителем и через веса $w_{ij}^{(2)}$ линейных нейронов выходного слоя представляет вектор $\vec{y}^{(i)}$, который соответствует вектору $\vec{x}^{(i)}$, признанному слоем MAXNET ближайшим к входному \vec{x} .

Важным **достоинством сети Хэмминга** считается небольшое количество взвешенных связей между нейронами. Например, 100-входная сеть Хопфилда, кодирующая 10 различных векторов классов, должна иметь 10 000 взвешенных связей с подбираемыми значениями весов. При построении аналогичной сети Хэмминга количество взвешенных связей уменьшится до 1 100, из которых 1 000 весов находятся в первом слое и 100 — в слое MAXNET. Выходной слой в этом случае не учитывается, т. к. сеть, аналогичная сети Хопфилда, является ассоциативной.

Сети с самоорганизацией на основе конкуренции

В основе обучения таких сетей лежит конкуренция между нейронами. Как правило, нейроны группируются в один слой, и каждый из них связан со всеми выходными сигналами.

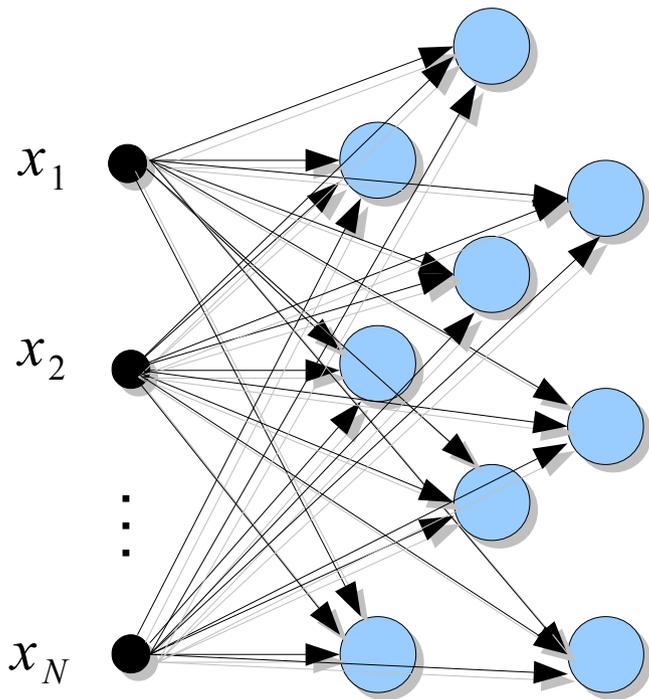


Рис. 4. Структура самоорганизующейся сети

Веса синаптических связей образуют вектор

$$\vec{w}_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{iN})^T$$

При активации сети входным вектором

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$$

в конкурентной борьбе побеждает тот нейрон, веса которого в наименьшей степени отличаются от соответствующих компонент этого вектора:

$$d(\vec{x}, \vec{w}_{win}) = \min_{i=1, \dots, K} d(\vec{x}, \vec{w}_i)$$

Вокруг нейрона-победителя формируется **окрестность** $S_{win}(t)$, уменьшающаяся с каждой итерацией.

В **пределах этой окрестности** нейроны подвергаются адаптации, в ходе которой векторы их весов изменяются в направлении вектора \vec{x} по **правилу Кохонена**:

$$\vec{w}_i(t+1) = \vec{w}_i(t) + \eta_i(t)[\vec{x} - \vec{w}_i(t)] \quad \text{для } \forall i \in S_{win}(t)$$

η_i - коэффициент скорости обучения i -го нейрона из окрестности $S_{win}(t)$ на итерации t .

Веса нейронов, находящихся **за пределами** этой окрестности, **не меняются**.

Для связного разделения пространства входных данных необходима **нормализация**

входных векторов:

$$x_i^* = \frac{x_i}{\sqrt{\sum_{j=1}^N x_j^2}}$$

Стремящиеся к ним вектора весов также будут нормализованы.

Алгоритм Кохонена

Был предложен финским учёным Теуво Кохоненом.

Является наиболее старым алгоритмом обучения сетей с самоорганизацией на основе конкуренции. В настоящее время существует множество его модификаций.

В **классическом алгоритме Кохонена** сеть инициализируется путём приписывания нейронам определённых позиций в пространстве и ссыывания их с соседями на постоянной основе.

В момент выбора победителя уточняются не только его веса, но и веса его соседей, находящихся в ближайшей окрестности. Наиболее распространённой **функцией соседства** является функция Гаусса:

$$G(\vec{i}, \vec{w}) = \exp\left(-\frac{d^2(\vec{i}, \vec{w})}{2\lambda^2}\right)$$

Степень адаптации нейронов-соседей определяется не только евклидовым расстоянием между i -м нейроном и победителем, но и уровнем соседства. При соседстве гауссовского типа уровень адаптации зависит от значения функции Гаусса.

Самоорганизующиеся карты Кохонена

Самоорганизующаяся карта Кохонена состоит из нейронов, описываемых двумя векторами:

- Вектор весовых коэффициентов \vec{w}_i
- Вектор \vec{r}_i координат узла на карте (часто — двумерное изображение)

Обычно нейроны (узлы карты) располагают в **вершинах регулярной решётки**

Работа сети состоит в следующем:

1. Инициализация весов случайными значениями
2. Цикл обучения:
 - 2.1. Выбор обучающего примера (обычно случайно)
 - 2.2. Нахождение наиболее близкого нейрона (BMU, Win)
 - 2.3. Определение количества соседей BMU и изменение их весов.

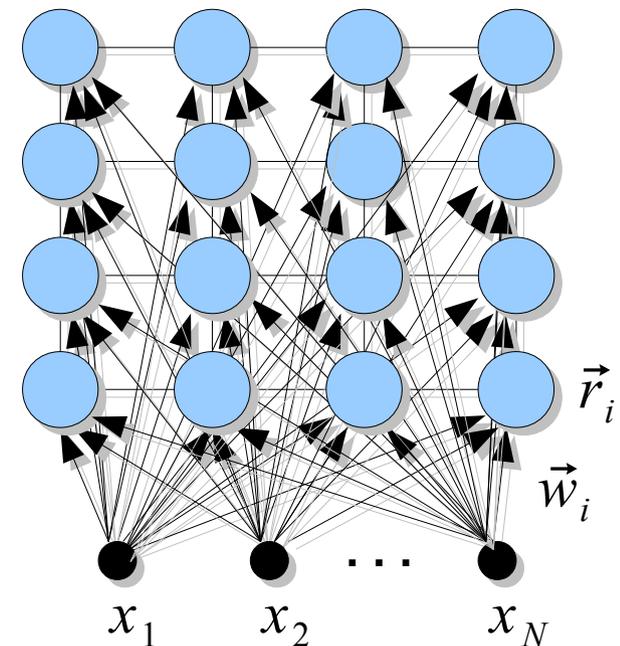


Рис. 5. Структура карты Кохонена

Обучение состоит в следующем:

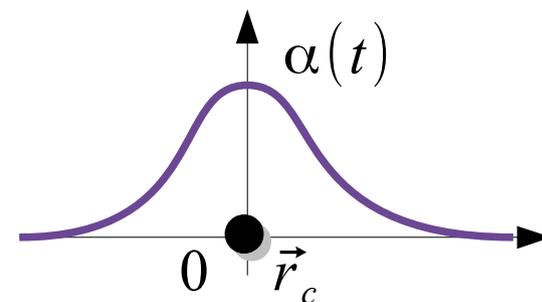
1. Ближайший узел на текущей итерации $U_c(t)$ находится из выражения для его весов:

$$|\vec{x} - \vec{w}_c| \leq |\vec{x} - \vec{w}_i| \quad \forall i=1, 2, \dots, \text{(по всем узлам)}$$

В случае нескольких кандидатов — выбор случайным образом.

2. Вычисление функции соседства:

$$h(c, i, t) = \alpha(t) \exp\left(-\frac{|\vec{r}_c - \vec{r}_i|^2}{2\sigma^2(t)}\right)$$



$\alpha(t)$ - обучающий множитель, $|\alpha(t)| < 1$ - монотонно убывает

$\sigma(t)$ - уменьшает количество соседей, монотонно убывает

3. Коррекция весов для узлов, находящихся **в соседстве с победителем:**

$$\vec{w}_i(t+1) = \vec{w}_i(t) + h(c, i, t)(\vec{x} - \vec{w}_i(t))$$

4. Вычисление ошибки карты Кохонена: среднее арифметическое между входными векторами и весами соответствующих им нейронов-победителей:

$$\epsilon = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \|\vec{x}_i - \vec{w}_{c_i}\|$$