

Вариант 1

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall y \forall x \Phi(x, y) \vdash \exists y \forall z \Phi(y, z)$ ,
- 2  $\exists x \forall y \exists v \Phi(x, y, v) \vdash \forall y \exists v \exists u \Phi(v, y, u)$ .

Вариант 2

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать

- 1  $\exists y \Phi(y) \vdash \exists x (\Phi(x) \vee \Psi(x))$ ,
- 2  $\forall y \Phi(y) \wedge \forall x \Psi(x) \vdash \forall x (\Phi(x) \wedge \Psi(x))$ .

Вариант 3

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\exists z \Phi(z, z) \vdash \exists x \exists y \Phi(x, y)$ ,
- 2  $\forall x (\Phi(x) \wedge \Psi(x)) \vdash \forall x \Phi(x) \wedge \forall y \Psi(y)$ .

Вариант 4

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall y \Phi(y) \vdash \forall x (\Phi(x) \vee \Psi(x))$ ,
- 2  $\exists z \forall x \Phi(z, z, x) \vdash \exists x \exists y \forall z \Phi(x, y, z)$ .

Вариант 5

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall x \forall y \Phi(x, y) \vdash \forall u \forall v \Phi(v, u)$ ,
- 2  $\exists z \forall x \forall y \Phi(x, y, z) \vdash \forall u \forall v \exists w \Phi(v, u, w)$ .

Вариант 6

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\exists x \exists y \Phi(x, y) \vdash \exists u \exists v \Phi(v, u)$ ,
- 2  $\forall y \Phi(y) \vee \forall x \Psi(x) \vdash \forall x (\Phi(x) \vee \Psi(x))$ .

Вариант 7

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall y (\Phi(y) \wedge \Psi(y)) \vdash \forall x \Phi(x)$ ,
- 2  $\exists x \exists y \forall z \Phi(x, y, z) \vdash \exists u \exists v \forall w \Phi(v, u, w)$ .

Вариант 8

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\exists y\Phi(y) \vdash \exists x\Phi(x)$ ,
- 2  $\exists x(\Phi(x) \wedge \Psi(x)) \vdash \exists x\Phi(x) \wedge \exists y\Psi(y)$ ,

Вариант 9

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\exists x\forall y\Phi(x, y) \vdash \forall y\exists v\Phi(v, y)$ ,
- 2  $\forall y\exists z\forall x\Phi(x, y, z) \vdash \exists y\forall z\exists x\Phi(y, z, x)$ .

Вариант 10

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall x\Phi(x) \wedge \Psi(y) \vdash \Phi(z)$ ,
- 2  $\exists x(\Phi(x) \vee \Psi(x)) \vdash \exists x\Phi(x) \vee \exists y\Psi(y)$ .

Вариант 11

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall x\Phi(x, x) \vdash \forall x\exists u\Phi(x, u)$ ,
- 2  $\exists x\Phi(x) \vee \exists x\Psi(x) \vdash \exists x(\Phi(x) \vee \Psi(x))$ .

Вариант 12

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\Phi(x) \vdash \Psi(y) \vee \exists x\Phi(x)$ ,
- 2  $\forall x\Phi(x, x, x) \vdash \forall x\exists u\exists y\Phi(x, u, y)$ .

Вариант 13

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall y\Phi(y) \vdash \exists x(\Phi(x) \vee \Psi(x))$ ,
- 2  $\exists x\forall y\Phi(x, y, y) \vdash \forall u\exists z\exists v\Phi(z, u, v)$ .

Вариант 14

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\exists x\forall y\Phi(x, y) \vdash \exists z\Phi(z, z)$ ,
- 2  $\forall x\exists z\forall y\Phi(x, y, z) \vdash \forall u\forall v\exists w\Phi(v, u, w)$ .

Вариант 15

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\exists x(\Phi(x) \rightarrow \Psi(x)) \vdash \forall x\Phi(x) \rightarrow \exists y\Psi(y)$ ,
- 2  $\forall y(\Phi(x, y) \vee \Psi(x)) \vdash \exists x\exists z\Phi(z, x) \vee \exists x\Psi(x)$ .

Вариант 16

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall x\Phi(x) \wedge \forall y\Psi(y) \vdash \Phi(u) \wedge \Psi(u)$ ,
- 2  $\exists x\forall y(\Phi(x, y) \wedge \Psi(x)) \vdash \forall x\exists z\Phi(z, x) \wedge \exists x\Psi(x)$ .

Вариант 17

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall x\Phi(x) \rightarrow \forall y\Psi(y) \vdash \neg\Psi(x) \rightarrow \exists y\neg\Phi(y)$ ,
- 2  $\forall y\Phi(y) \vee \forall x\exists y\Psi(x, y) \vdash \forall x\exists z(\Phi(x) \vee \Psi(x, z))$ .

Вариант 18

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall x\Phi(x) \vee \forall y\Psi(y) \vdash \neg\Psi(x) \rightarrow \Phi(y)$ ,
- 2  $\exists y\forall x\Phi(x, y, y) \vdash \exists u\exists y\exists z\Phi(u, y, z)$ .

Вариант 19

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\exists z\Phi(z, z) \vdash \exists x\exists y\Phi(x, y)$ ,
- 2  $\forall y\exists x(\Phi(x, y) \rightarrow \Psi(y)) \vdash \forall x(\forall z\Phi(z, x) \rightarrow \Psi(x))$ .

Вариант 19

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\exists y\Phi(y) \vdash \exists x\Phi(x)$ ,
- 2  $\exists x\Phi(x) \vee \exists x\Psi(x) \vdash \exists x(\Phi(x) \vee \Psi(x))$ .

Вариант 20

Пусть  $\Phi, \Psi, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Доказать:

- 1  $\forall x\forall y\Phi(x, y) \vdash \forall u\forall v\Phi(v, u)$ ,
- 2  $\exists x\forall y\Phi(x, y, y) \vdash \forall u\exists z\exists v\Phi(z, u, v)$ .